

Résumé chapitre III : Dynamique élémentaire des fluides

On va considérer le mouvement d'un fluide non visqueux, c'est-à-dire qu'on va négliger les forces dues aux contraintes de frottement τ . La deuxième loi de Newton appliquée à une particule de fluide en écoulement stationnaire (ne dépend pas du temps), incompressible le long d'une ligne de courant (LC) donne :

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz = cte \quad \text{On a le terme } \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ en plus par rapport à la statique.}$$

Pour un écoulement permanent non visqueux, l'effet de la somme d'une certaine pression, vitesse et élévation est constant le long d'une LC.

Mesure de la pression statique :

$$p_1 = \gamma h \quad \text{C'est similaire à l'hydrostatique,}$$

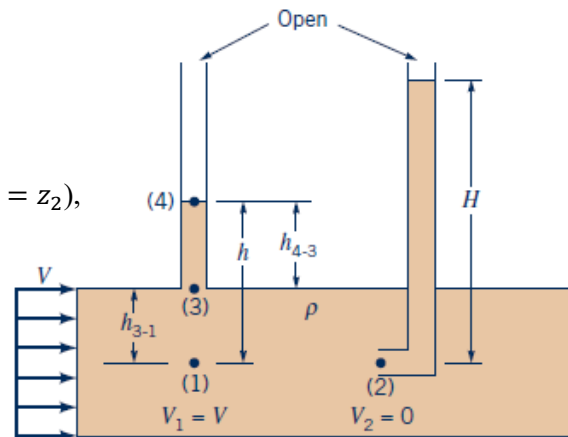
Mesure de la pression d'arrêt (stagnation) :

Si on applique Bernoulli entre (1) et (2), ($v_2 = 0$ et $z_1 = z_2$),

$$\text{on aura :} \quad p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \gamma H.$$

$$\text{La pression dynamique est } \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \gamma(H - h)$$

$$\text{La pression totale est } p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz = p_T$$



La relation de Bernoulli énonce que la pression totale est constante le long d'une LC.

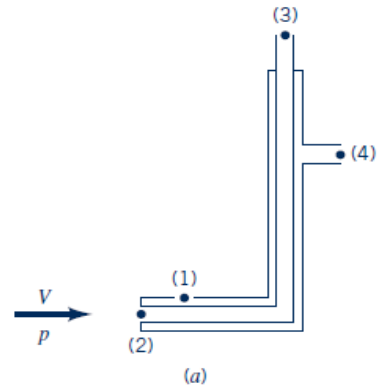
Tube de Pitot

Si les élévations Z sont négligeables $z_2 = z_3$, $p_3 = p + \frac{1}{2}\rho v^2$

Aussi on a les pressions statiques $p_4 = p_1 = p$, ce qui donne

$$p_3 - p_4 = \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ et finalement}$$

$$v = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_3 - p_4)}$$



Jet libre

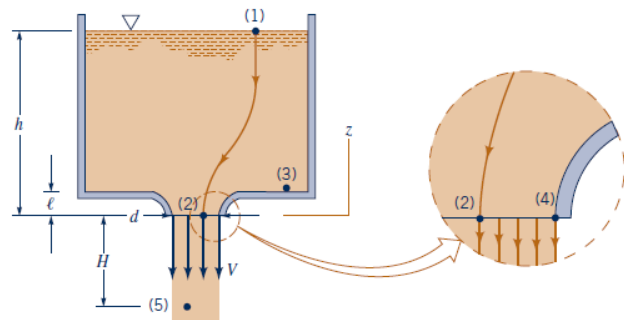
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gz_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gz_2$$

On a $z_1 - z_2 = h$, $p_1 = p_2 = p_{atm}$ et $v_1 \approx 0$.

L'équation se simplifie à :

$$\gamma h = \frac{1}{2}\rho v^2 \text{ ce qui donne}$$

$$v = \sqrt{2gh} \text{ qui est dite formule de Torricelli.}$$



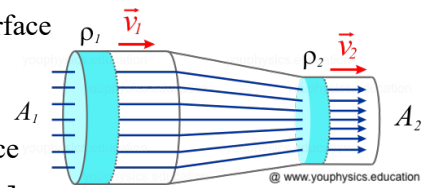
Calcul des débits par la formule de Bernoulli

Débit volumique : C'est le volume du fluide qui passe par une surface

fermée par unité de temps, il est donné par : $\dot{Q} = vA \equiv \left[\frac{m^3}{s} \right]$

Débit massique : C'est la masse du fluide qui passe par une surface

fermée par unité de temps, il est donné par : $\dot{m} = \rho \dot{Q} = \rho vA \equiv \left[\frac{kg}{s} \right]$



Equation de la conservation de la masse ou de la continuité :

Elle définit le principe de conservation de la masse (*la masse ne peut être créée ou détruite*), on écrit

alors : $\dot{m} = cte \rightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_2 \leftrightarrow \rho_1 v_1 A_1 = \rho_2 v_2 A_2$

Si la masse volumique ρ est constante, cas des fluides incompressibles, on écrit aussi :

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \leftrightarrow \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2$$

Mesure des débits

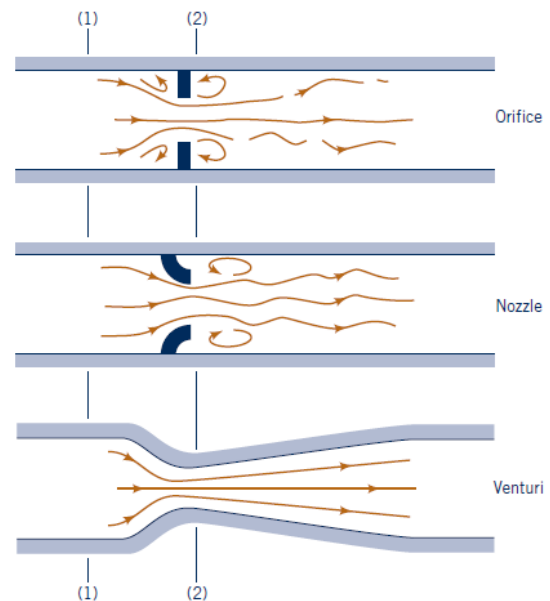
$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

Si les vitesses sont uniformes aux sections (1) et (2)

on peut écrire : $\dot{Q} = \dot{Q}_1 = \dot{Q}_2 \leftrightarrow v_1 A_1 = v_2 A_2$

avec $A_2 < A_1$ Ce qui donne :

$$\dot{Q} = A_2 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho \left[1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right]}}$$



Autres formes de l'écriture de l'équation de Bernoulli

L'équation de Bernoulli s'écrit en divisant les termes par le poids volumique comme suit :

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + z = cst = H \equiv [m]$$

- Le terme z , est relatif à l'énergie potentielle de la particule et dit « *hauteur ou élévation* ».
- Le terme de pression P/γ est dit « *hauteur de pression* » et représente la hauteur d'une colonne de fluide nécessaire pour produire la pression P .
- Le terme de vitesse $v^2/(2g)$ est la « *hauteur de vitesse* » qui représente la distance verticale nécessaire à la chute libre sans frottement du fluide pour atteindre, à partir de la stagnation ou l'arrêt, la vitesse v .
- L'équation de **Bernoulli** énonce que la somme des hauteurs le long d'une ligne de courant est constante qui est la « *hauteur totale H* ».