یکان

۱۱

مجلّه ریاضیّات

در این شماره :

ریاضی‌آفرینان	جهانگیر شمس‌آوری	۱
ماهیت روشهای آماری	دکتر علی افضلی پور	٤
گالیله	ترجمهٔ مهدی مدغم	۱۱
تفاوت ره از کجاست تا به کجا	« «	۱٤
دریاك میهمانی	پرویز شهریاری	۱۵
سرعت انتشار شایعه	ج. ش . آوری	۱۹
حکم ثابت نشدهٔ گلدباخ	ترجمهٔ : محمد شریف‌زاده	۲۱
حل مسائل شماره ۹	—	۲۳
حل مسائل نمونه	—	۳٤
مسائل برای حل	—	۳۹
مسائل امتحانات ثلث اول دبیرستانها	—	٤۳
اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها	ایرج ارشاقی	۵۹
اشتباه از چیست	—	۵۸
سرگرمی	—	٦۲
پرسش و پاسخ	—	٦۳

از انتشارات: ایران مك گروهیل
سازمان انتشارات و خدمات فرهنگی

سال یکم ـ شمارهٔ یازدهم

دیماه ۱۳۴۳

بها. ۲۰ ریال

قابل توجه همهٔ

دبیران محترم علوم دبیرستانها

بخشی از «یکان سال» شمارهٔ فوق العادهٔ اسفندماه ، به حل و بحث سؤالهای ریاضی، مکانیك، فیزیك وشیمی امتحانهای خرداد وشهریور ۴۳ کلاسهای ششم دبیرستانها، اردیبهشت و آبان ۴۳ دورهٔ دوم متفرقه واظهارنظر دربارهٔ این سؤالها ، اختصاص دارد.

به عقیدهٔ ما، صالحترین مقام برای اظهار نظر دربارهٔ سؤالهای امتحانی، طبقهٔ معلم می باشد، ومخصوصاً، معلمان کلاسهای ششم نه تنها صلاحیت بیشتر دارند بلکه این امر برای آنها وظیفه‌ای محسوب می‌شود .

مقاله‌هایی که همکاران محترم ارسال دارند و حداکثر تا ۱۵ بهمن ۴۳ بـه ادارهٔ مجله واصل شود درشمارهٔ مخصوص «یکان سال» چاپ خواهد شد.

افتخار خواهیم داشت که مقاله‌های دیگری نیز برای درج در مجله ، از همکاران محترم دریافت داریم .

شورای نویسندگان یکان

یکان سال

به تصمیم شواری نویسندگان یکان، در پایان هرسال شمارهٔ فوق العاده‌ای به نام :

یکان سال

منتشر می‌شود. نخستین شمارهٔ «یکان سال» در اسفند ماه ۱۳۴۳ منتشر خواهد شد

یکان سال یکان سال

از تالیفات هوشنگ شریف زاده

پانصد مسألهٔ فیزیك

برای کلاسهای چهارم دبیرستان وداوطلبان کنکور دانشکده ها

بها : ۱۰۰ ریال

۴۲۰ مسألهٔ فیزیك

برای کلاسهای چهارم دبیرستان وداوطلبان کنکور دانشکده ها

بها : ۶۰ ریال

راهنمای فیزیك

برای کلاسهای سوم دبیرستان

بها ۳۰ ریال

ناشر : بنگاه مطبوعاتی معراجی
تهران - خیابان ناصر خسرو

یکان

مجلهٔ ریاضیات

شمارهٔ یازدهم ـ سال اول

دی ماه ۱۳۴۳

ازانتشارات : **ایران ـ مك گروهیل**

تخت‌جمشید ـ چهارراه روزولت ـ شمارهٔ ۲۸۲

تلفن : ۷۵۶۸۶۳

صاحب امتیاز : عبدالحسین مصحفی

زیرنظرشورای نویسندگان

هرماه یکبار منتشر می‌شود

نشانی پستی : صندوق پستی ۲۴۶۳

اشتراك سالانه (۱۲ شماره) ۲۰۰ ریال

تك شماره ۲۰ ریال

مقاله‌های رسیده مسترد نمی‌شود

چاپخانهٔ محمد علی علمی

ریاضی آفرینان

درجهان امروزریاضیات ازهمهٔ علوم بیشتردستخوش تغییرات اساسی ودر مسیرپیشرفت و تکامل است . همان طور که می دانید ، ریاضیات تنها رشته‌ای از دانش بشری است کـه تمام نظریه های اصلی دوهزارسال پیش هنوزدر آن زنده است ودرضمن نظرهای جدید بیش ازپیش بر پهناوری‌عرصهٔ آن می‌افزاید. رشته‌های‌جدید ریاضیات، مانند نظریهٔبازی (Game theory)، چنان بینشی درروابط بشری به وجودآورده است که دانشمندان در گذشته هر گز به‌این دقت و وضوح آن روابط را تحلیل و مطالعه نمی کرده‌اند ؛ رشته های قدیم ریاضیات ، مانند نظریهٔ احتمالات، مورد استعمال فراوانی درشئون مختلف زندگی، حتی در زمینهٔ جریان عبور ومرور وارتباطات به دست‌آورده است . مسافرتهای فضایی ریاضیدانان را بر آن داشته است که فنون نوینی‌برای فضانوردی ، بسیارپیچیده تراز آنچه فعلاً برای دریاپیمایی‌وهواپیمایی وجوددارد، به دست‌آورند .

سرعت محاسبهٔ مغزهای الکترونیکی چنان است کـه هیچ مؤسسهٔ خصوصی یا دولتی نمی‌تواند مزایای این ماشینهارا ازنظردوردارد وازآنها برخوردارنشود. به‌کاربردن این ماشینها جزبا استخدام کسانی که با ریاضیات آشنایی‌کامل داشته باشند ، و به بیانی ریاضیدان باشند ، امکان ندارد . ازاین جاست که امروزه دستگاه استخدامی مؤسسات وحکومتها، بیش از پیش، به استخدام ریاضیدانان دست می زنند وآنان را به حل عملی مسائل صنعتی و حتی اقتصادی و اجتماعی می گمارند .

با همهٔ این أحوال ، این جنبهٔ مفید بودن و مورد استعمال داشتن ریاضیات نیست که آن را دستخوش تحول ودگرگونی کرده است. چه همزمان باموارد استعمالهای عملی بسیاری که متخصصان برای ریاضیات می‌یابند، ریاضیدانان پیشتاز، ریاضیات را به سوی جدایی ازدنیای فیزیکی سوق می‌دهند . دانشمندان ریاضی همیشه طرفدارتجرید بوده وهستند . امروزه معیار آنان درسنجش مباحث جدید ریاضی زیبایی آن است نه سودمندی آن .

گفتگو کردن از زیبایی ونه از مفید بودن ریاضیات چیزی است که خوشبختانه در این عصرمی‌توان آن را به میان آورد وبه اعلا درجهٔ خلوص خود رساند . اما در گذشته ، نیاکان ریاضیدان ما جرئت اظهار آن را نداشتند . به همین دلیل است که امروز ریاضیدانان قادر به تصورهندسه های بینهایت بعدی یا هندسه هایی که در آن اندازه مفهوم ندارد ، یعنی توپولژی، هستند ؛ جبرهایی به وجود می‌آورند که پایشان را ازقلمروقوانین شناخته شدهٔ حساب فراتر می نهند ، قالبهایی مجرد و همگانی کشف می کنند که مفاهیم مقایسهٔ ناپذیری نظیر اعداد ، فضاها ، حرکات وفرمولهای جبری درآنها پیوند یابند .

اما چه شد که ریاضیدانان توانستند ، فارغ اززخم زبان همنوعان وترس ازاتهام کناره‌گیری از دنیای واقعیات در وادی مجردات به پیش روند ، سابقه‌ای تاریخی دارد . هنگامی که **برنهارد ریمن** ، درنیمهٔ دوم‌قرن نوزدهم ، موفق به تنظیم هندسهٔ غیراقلیدسی گشت(هندسهٔ بیضوی)، هرگز تصور نمی‌شد که روزی این نظام خیالی مورد استعمالی درعلوم یابد. وبه همین دلیل درقلمروریاضیات محض باقی ماند تاآنکه نیم قرن بعد ، **آلبرت اینشتن** با الهام ازآن نظریهٔ نسبیت را وضع کرد . و از این نظریهٔ نسبیت است که امروزه فیزیك جدید اشتقاق یافته است .

بنابراین دور از احتمال نیست که تجریداتی را که ریاضیدانهای معاصر خلق می کنند ، سالها بعد راهی برای نظریه هایی نوین و دور از تصور، وحتی شاید رشته های جدیدی در علوم بگشاید .

برای ریاضیدان خلاق، ریاضیات چیزی تقریباً شبیه به‌یك بازی است . آنان دیگرچون گذشته متکی به الهاماتی که منبعث از تجربه در دنیای فیزیکی است نیستند . دنیای خود را برحسب اصول موضوعه‌ای که به نظم درآورده‌اند تعریف می کنند . به رغم اصول موضوعهٔ اقلیدس که مشتق ازمشاهده بود وتصورمی شد که جزء بدیهیات است ، اصول موضوعهٔریاضیات جدید فرضهای مجرد قبول شده است و به معنایی محدود ، حقیقتشان به همان میزان حقیقت قوانین حرکت مهره‌های شطرنج است .

بسیاری ازمفاهیم اساسی ریاضیات نوین به اندازه‌ای ساده است که اگر به بیانی مناسب عرضه شود ، حتی اطفال نیز قادر به درك آن هستند . تعجب نکنید ! این که می گوییم اطفال هم قـادر به درك بعضی مفاهیم اساسی ریاضیات نوین هستند بی دلیل نیست. این ادعا متکی به تجربه‌ای است که **ادوارد کاسنر** فقید ، استاد دانشگاه کلمبیا ، کـرده است . وی سخنرانیهایی برای شاگردان کودکستان ، در بارهٔ مجموعه های نامحدود ترتیب داده بود . می دانید که نظریهٔ مجموعه های نامحدود سرمنشأ بعضی مسائل مشکل‌درریاضیات‌نوین‌است . بااین‌وجود، آنچه این استاد فقید دریافته بود این بود که شاگردان کودکستان ، خود را به سادگی با اندیشهٔ بینهایت‌تطبیق می‌دهند و بسیارسریعتر ازدانشجویان ادوارد کاسنر ،دردورهٔ لیسانس،مفاهیم اساسی نظریهٔ مجموعه ها را درك می کنند . گویی طبع اطفال برای پذیرش تجریدات ریاضی زمینهٔ مساعدی دارد. وآن شاید به‌این دلیل است که تجریدات ریاضی بی‌شباهت به‌یك‌امر تفننی محض نیست .

نظامی را که ریاضیدانان خلاق به وجود می آورند، باید مانند طرح نقاشان ممتازیاشعر شاعران طرازاول زیبا وظریف باشد ؛ فکرها همچون رنگها وکلمات ، متوازن و با یکدیگر هماهنگی داشته باشند . تنها چنین ریاضیاتی است که پایدار می ماند . به قول **هاردی** یکی از ریاضیدانان مشهور و مـعاصر انگلستان **« در دنیا مکانی همیشگی برای ریاضیات زشت وجود ندارد . »**

اما معیارزیبایی وظرافت ریاضیات چیست ؟ متأسفانه همان‌طور که تعریف جامع ومانعی نمی‌توان ازیك بشرزیبا کرد ، تعریف ریاضیات زیبا وظریف نیزخالی از اشکال نیست . با این همه **ژرژپولیا** ، استاد دانشگاه استنفورد ، تعریفی برای ظرافت و زیبایـی ریاضیات کرده که مورد قبول‌بسیاری ازریاضیدانان قرار گرفته است . به عقیدهٔ وی **ظرافت وزیبایی یك‌سازمان ریاضی مستقیماً متناسب است با فکرهایی‌که شما مـی توانید درآن ببینید و معکوساً متناسب است باکوششی‌که برای دیدن‌آنها به‌کار می‌برید .**

مسئله‌ای که دراینجا ازنظرآموزش ریاضیات مطرح است این که‌آیا ریاضیدانان خلاق را ، همچون منابع طبیعی ، طبیعت به کشورها ارزانی می‌دارد یا دستگاه‌آموزشی است که‌باید استعدادآنان را ازخردی کشف کند ودرصدد پرورششان برآید ؟

آیا شماهم باما همعقیده‌اید که دستگاههای‌آموزشی کشورها دراین باره وظیفه‌ای‌به‌عهده دارند و برای انجام دادن این وظیفه باید سیاستی درست اتخاذ و بـرنامه‌ای متناسب با آن طرح ریزی کنند ؟

جهانگیر شمس آوری

دکتر علی افضلی‌پور

ماهیت روشهای آماری

روشهای آماری اصولاً عبارتند ازروشهایی که به وسیلهٔ آنها درمعلوماتی که ازیك عمل تکراری (آزمایش یامشاهده) به‌دست می‌آیند مطالعه‌می‌شود. دربعضی موارد، عملی که این معلومات ازآن نتیجه می شوند به طور وضوح تکراری است، مانند موقعی که‌قطریك‌ابزاررا که به‌طور سری درکارخانه‌ساخته‌می‌شود اندازه می گیریم. دربرخی مواردديگر، گرچه‌عملی که‌معلومات ازآن‌به‌دست می‌آیند ظاهراً تکراری به‌نظر نمی‌رسد، ولی‌می‌توان آن‌را قابل تکرار تصورکرد، مانند سن فوت برای مشتریان یك شرکت بیمه.

تجربه‌نشان می‌دهد که گوئی بسیاری آزمایشها یامشاهده‌ها ویا بگفتهٔ دیگر اعمال تکراری درکیفیتهایی که اصولاً پایدار به نظر می‌رسند روی می‌دهند. مثلاً در بازیهای تصادفی مانند انداختن یك‌تاس‌یا کشیدن یك ورق، این خاصیت که **نظم آماری** نام دارد دیده می شود. دراین گونه موارد اغلب ممکن است که یك **قالب ریاضی** مناسب ورضایت بخش برای نمایش وتوصیف آن‌عمل تکراری ساخت وآن‌را به منظور مطالعه درخواص آن عمل یانتیجه گیری دربارهٔ آن به‌کاربرد.

قالب‌ریاضیی که‌آمارشناس برای‌نمایش‌وتوصیف‌عمل‌تکراری مورد مطالعهٔ خود درنظر می گیرد عموماً به صورتی است که باآن می‌توان پیشگوییهایی‌دربارهٔ فراوانی‌وقوع بعضی‌نتایج، وقتی که آن عمل به دفعات بسیار تکرار می‌شود، انجام داد. مثلاً در موردتوارث رنك برای یك نوع گل ممکن‌است که قالب ریاضی ما بدین صورت باشدکه باآن پیشگویی کنیم که گلهای سرخ تقریباً سه بار فراوانتراز گلهای سفیدهستند.

امر ساختن یك قالب ریاضی برای کمك به حل مسائل گوناگون رشته های مختلف علمی کاملاً عمومیت دارد. مثلاً وقتی که یك فیزیکدان در حرکت یك گلوله مطالعه می کند، نخست چنین فرض می کندکه قالب‌رضایت بخش ومناسب‌برای نمایش و توصیف مسئلهٔ موردبحث اوهمان‌قوانین‌سادهٔ مکانیك‌است. اماچون مسئله بغرنجتر ازآن است که‌بتوان‌آن را باقوانین سادهٔ مکانیك توصیف کرد، وی‌درصددمطالعهٔ دقیقتر برمی‌آید تاموفق‌به‌کشف قالب ریاضی جدیدی متناسب باوضع مسئله گردد.

به‌هرصورت چون قالب ریاضیی که بدین طریق ساخته‌و پرداخته‌می‌شودنمایش**وضع آرمانی**یا**حدی** مسئله‌است، نتایجی که ازآن به‌دست می‌آیند تنهاتاآن اندازه محل اطمینانند که‌آن قالب، وضع فعلی مورد مطالعه را با تقریب بهتری نمایش‌دهد.

پس درهرمسئلهٔ معین، برای‌آنکه بدانیم که‌آیا قالبی که انتخاب شده است برای توصیف ونمایش وضع فعلی مناسب‌هست یانه، لازم است‌که باموارداستعمال‌عملی‌آن قالب‌کاملاً آشناباشیم. این نکته همچنانکه برای قالبهای ریاضی دررشته‌های مختلف علمی صحیح است برای قالبهای ریاضیی که درعلم آمار به‌کار می‌روند نیزدرست است.

دانشجویان رشته‌های علمی که به‌تحصیل‌آمار می‌پردازند میان برخی روشهای‌آماری بابعض روشها که درعلوم دیگر به‌کار می‌روند شباهتی مشاهده می کنند. بدین معنی که عموماً در پژوهشهای علمی شخص محقق بدواًیك فرض علمی ساخته وسپس به‌انجام آزمایشها یامشاهده‌ها می‌پردازد وسرانجام فرض خود را، بامقایسهٔ معلوماتی که از مشاهده‌هایاآزمایشها به‌دست‌آمده‌اند، به‌محك امتحان می‌زند.

گر چه روشهای آماری در تمام رشته‌های علمی مورد استفاده هستند، ولی آنها را بیشتردرعلوم زیستی واجتماعی‌به‌کار می‌برند، چه این علوم تاکنون به‌چنان پایه از تکامل و دقت نرسیده‌اند که‌بتوان‌آنها را، باروشهای معمول درآزمایشگاههای فیزیك، مورد مطالعه قرار دارد. اغلب مسائل علوم زیستی و اجتماعی‌شامل متغیرهایی نامطلوب وحتی‌مخل هستندکه‌نمی‌توان آنها را به‌طوردقیق مورد بازرسی ومطالعه قرارداد. در صورتی که درعلوم فیزیکی عموماً چنین نیست وممکن است‌که متغیرها را با دقت‌کافی درآزمایشگاه مورد بازرسی قرارداد.

نکتهٔ مهم دیگری که ذکرآن ضروری به‌نظر می‌رسد آن است‌که علم‌آمار نه‌تنها به حل برخی ازمسائل رشته‌های مختلف علمی یاری می‌دهد، بلکه روشهای‌آماری نشان می‌دهدکه‌چگونه طرح آزمایشهای خود را بریزیم وآنها را رهبری‌کنیم تانتایج

دقیقتر ومفیدتری به‌دست آوریم .

معمولا نتیجه‌های مختلف یك آزمایش یا یك مشاهده را بایك دسته‌نقطه ، درفضائی باتعداد بعدهای مناسب یا دلخواه ، نمایش می‌دهند واین دسته‌نقاط را **فضای‌نمونه‌ای** آن‌آزمایش یامشاهده‌می‌نامند. مثلاً وقتی‌که دوتاس‌رامی‌اندازیم،چون هریك ازشش وجه یکی ازدوتاس می‌تواند باهریك ازشش وجه‌تاس دیگر توام‌شود، نتیجهٔ آزمایش ۳۶ صورت دارد. پس فضای نمونه‌ای‌این آزمایش‌مرکب‌از۳۶ نقطه‌است که‌می‌توانیم‌آنهارامثلاً دریك‌دستگاه مختصات قائم بانقاط (X,Y) نمایش دهیم .که درآن‌هریك از دومختصات XوY می‌تواندهریك‌ازشش‌مقدار۱ تا۶رااختیار کند.

یك زیردستهٔ فضای نمونه‌ای را یك **پیشامد** می‌خوانیم . مثلاً در مثال پیش دسته نقاط (۱،۵) و (۲،٤) و (۳،۳) و (٤،۲) و (۵،۱) که مجموع مختصات هریك از آنها برابر ٦ است ، تشکیل یك پیشامد می‌دهند .

هرگاه‌یك‌متغیرعددی به‌وسیلهٔ نقاط مختلف فضای‌نمونه‌ای تعریف شده باشد، آن رایك **متغیرتصادفی** می‌خوانند . مثلاً در مثال پیش ممکن است‌که متغیر تصادفی ، x ، را به وسیلهٔ مجموع مختصات هریك ازنقاط فضای نمونه‌ای ، یعنی با رابطهٔ $x=X+Y$ ، تعریف‌کنیم. با این تعریف ،مقدار این متغیر تصادفی در هرنقطهٔ فضای نمونه‌ای معلوم خواهد بود . مثلا در نقطهٔ (۲،٦) مقـدار آن ، ۸ و در نقطـهٔ (٤،۱) مقدارآن ، ۵ است .

یك متغیر تصادفی وقتی **جدا** است‌که تعداد نقاط فضای نمونه‌ای متناظر باآن محدود یا شمارش پذیر باشد . در مثال پیش تعداد نقاط‌فضای نمونه‌ای محدود ومساوی ۳٦ است .ولی اگر x نمایش تعداد دفعاتی باشدکه باید یك سکه را بیندازیم تا برای نخستین دفعه شیر بیاید ، نقاط فضای نمونه‌ای شمارش پذیرخواهند بود .

هرگاه فضای‌نمونه‌ای‌پیوسته ، یعنی تعدادنقاط آن‌شمارش ناپذیرباشد ، متغیر تصادفی متناظرباآن رانیز **پیوسته**خوانیم. مثلاً اگرقدیك مردبالغ را باx نمایش‌دهیم، این‌متغیرتصادفی می‌تواندریك‌فاصلهٔ معین ، مثلاً از۱۰۰ تا۲۵۰ سانتیمتر، هر مقدار را اختیارکند .

اکنون می‌پردازیم به‌تعریف **تابع فراوانی.**

درمورد متغیر جدا ازتابع فراوانی این احتمال به‌دست می‌آیدکه متغیر تصادفی x مقدار معینی را اختیار کند . مثلاً هرگاه متغیرتصادفی‌مامجموع دوتاس باشد،تابع $f(x)$ که‌برای $2<x<7$ به‌صورت $\frac{x-1}{36}$ وبرای $7<x<12$ به‌صورت $\frac{13-x}{36}$ است، تابع فراوانی این متغیرجدا می‌باشد.

ولی در مورد متغیر پیوسته با تابع‌فراوانی می‌توان این احتمال رابه‌دست‌آوردکه متغیر تصادفی در فاصلهٔ معینی باشد . بدین معنی‌که اگرتابع فراوانی را با $f(x)$ ویك فاصلهٔ بسیار کوچك را با Δx نمایش دهیم ، احتمال آنکه x درفاصلهٔ Δx باشد، تقریباًمساوی $f(x)\Delta x$ است. به‌طوردقیقتر، احتمال‌آنکه متغیرتصادفی x در فاصلهٔ (a,b) باشد مساوی است باانتگرال $f(x)$ درفاصله (a,b) . به‌عبارت دیگر،این احتمال بامساحت سطح واقع در زیر منحنی $f(x)$ در فاصلهٔ (a,b) نمایش داده می‌شود .

به‌هرصورت تابع $f(x)$ را **تابع‌چگالی** یا **تابع‌بخش متغیر تصادفی** x خوانده و می‌گوییم که این متغیر تصادفی دارای بخش $f(x)$ است .

چنانکه دیدیم درروشهای آماری. ماعموماً درآزمایشهایا مشاهده‌هائی مطـالعه می‌کنیم‌که اصولاً یاازنوع تکرارپذیر و یا آنکه می‌توان آنها راچنین تصورکرد . به عبارت دیگر، توجه مابیشترمعطوف ساختن وبه‌کار بردن قالبهایی ریاضی برای این گونه‌آزمایشهایامشاهده‌ها می‌باشد. فایدهٔاین‌گونه قالبهاآن‌است که‌نه‌تنها درپرتوآنها می‌توان درخواص آن‌آزمایش یا مشاهده مطالعه‌کرد، بلکه‌می‌توان پیشگوییهایی‌دربارهٔ نتایج‌ممکن‌آزمایشها یا مشاهده‌های مشابهی‌که درآینده صورت خواهندگرفت انجام داد . البته انجام این دوامر، بدون به‌کاربردن یك قالب‌ریاضی مناسب ، اگرغیرممکن نباشد لااقل بسیار دشوار است .

وقتی‌که برمبنای معلوماتی‌که‌باآزمایش یا مشاهده‌به‌دست آمده‌اند یك قالب ریاضی می‌سازیم وازآن برای به‌دست آوردن اطلاعات‌گوناگون دربارهٔ آن‌آزمایش‌یا مشاهده‌استفاده‌می‌کنیم، می‌گوییم‌که یك **استنباط قیاسی** انجام داده‌ایم . واما وقتی که این روش رادرمسائل‌آماری به‌کارمی‌بریم ،آن را **استنباط آماری** می‌خوانیم . پس عموماً کار آمـار شناس عبارت از استنباطهای‌آماری است .

قالب ریاضیی‌که‌آمارشناس می‌سازد اغلب مربوط به‌متغیر تصادفی متناظر باآزمایش یا مشاهدهٔ مورد مطالعه است و عموماً به‌نفس‌آن عمل تکراری بستگی ندارد . بدین معنی‌که اگر x متغیر تصادفی متناظر با آزمایش یا مشاهدهٔ مورد بحث باشد ، آمار شناس می‌کوشدکه یك قالب ریاضی بسازد تا با آن بتواند احتمال قرارگرفتن x را درفاصله‌های‌گوناگون پیشگوئی‌کند. به عبارت ساده‌تر، قالب ریاضیی که آمارشناس برای توصیف و نمایش‌یك‌آزمایش یامشاهده می‌سازد، تابع فراوانی متغیرتصادفی متناظر باآن‌آزمایش یا مشاهده است .

استنباط آماری ، در کلیترین صورت خود ، نوعی اخذ تصمیم است . بدین معنی که آمارشناس قالبهایی می‌سازد که به وسیلهٔ آنها بتوان در یك مسئلهٔ معین تصمیم مناسب گرفت . ولی درموارد خاص، استنباط آماری ویاتصمیمی که آمارشناس می گیرد به‌یکی ازاین دوصورت است :

۱ ـ آزمون یك فرض در بارهٔ تابع فراوانی که به‌عنوان قالب انتخاب شده است .

۲ ـ برآورد پارامترهائی که درعبارت تابع فراوانی موجودند ویامشخصات دیگراین تابع .

مادراینجا تنهادربارهٔ مطلب اول‌یعنی‌آزمون فرض‌آماری بحث می کنیم. جادارد که نخست **فرض‌آماری‌وآزمون‌فرض آماری** راتعریف‌کنیم :

فرض‌آماری عبارت است از فرضی دربارهٔ تابع فراوانی یك متغیرتصادفی ، وآزمون فرض‌آماری روشی است برای اخذ تصمیم دربارهٔ پذیرش یا رد یك فرض آماری .

اینك مراحل مختلف‌آزمون یك فرض‌آماری رابایك‌مثال روشن می سازیم . مسئله آن است که می‌خواهیم بدانیم که‌آیا شخص P برای‌تصدی شغل M شایستگی دارد یانه . به‌عبارت دیگرما می‌خواهیم دراین باره تصمیم بگیریم که آیا اورابه این شغل بگماریم یانه .

شك‌نیست که برای حل‌این مسئله مابه‌هیچ وجه به‌روشهای کم یابیش‌اداریی که اغلب دراین‌گونه تصمیمهاتنهاعامل مؤثرند توجه نداریم ، بلکه موضوع رافقط ازلحاظ کسی که می‌خواهد همهٔ مسائل زندگی رابا روشهای علمی تجزیه وتحلیل کند مورد مطالعه قرار می‌دهیم . برای آنکه به حد مقدورمسئله ساده بشود ودرحل‌آن دچار دشواریهای بیهوده نگردیم ، نخست یك تعریف و سپس چند فرض می کنیم .

تعریف ، مربوط است **به تابع فراوانی هنجاری** که درنظریهٔ احتمال وآمار ریاضی آن را **تابع انحرافها** و درعلوم فیزیکی آنرا **تابع خطاها** می‌نامند ومعادلهٔ‌آن بدین صورت است :

$$f(x;\mu,\sigma)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\,e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

پوانکاره (Poincaré) ریاضیدان وفیلسوف بزرگ فرانسوی در کتاب « حساب احتمالات » خود ازقول **لیپمن** (Lippmann) چنین نقل می‌کند : «همهٔ دانشمندان به درست بودن قانون هنجاری ایمان دارند . زیرا کسانی که در علوم تجربی مطالعه می‌کنندآن‌را یك قضیهٔ ریاضی وریاضیدانان آن‌را یك واقعیت آزمایشی می‌دانند».

به هرصورت باتوجه به‌خواص بسیارجالب ومنحصر به فرد تابع هنجاری می‌توانیم آن را مهمترین تابع فراوانی در علم آماربدانیم . درعبارت این تابع دوپارامترموجوداست که یکی μودیگری σ است.(به‌عنوان‌جملهٔ‌معترضه می گوییم که‌آرم‌مؤسسهٔ آماردانشگاه تهران مرکب بودازمنحنی نمایش تابع فراوانی هنجاری ودوپارامتری که درعبارت آن موجودند) . پارامتر μ میانگین این تابع فراوانی است . به عبارت دیگر ، اگر متغیری دارای بخش هنجاری باشد ، میانگین‌آن متغیرمساوی μ است . مقدار این پارامتربدین طریق به دست می‌آید که عبارت تابع فراوانی هنجاری را در x ضرب کرده وازآن درفاصلهٔ $-\infty$ تا $+\infty$ انتگرال می گیریم .

پارامتردیگر ،یعنیσ ،نمایش‌پراکندگی‌تابع‌فراوانی‌است. بدین معنی که هرچه اختلاف میان مقادیرمتغیرتصادفی بامیانگین آن یعنی μ بزرگتر ، یعنی مقادیر متغیر پیرامون میانگینش پراکنده تر، باشند σ بزرگتراست ؛ و به عکس هرچه مقادیر متغیرتصادفی پیرامون میانگین‌آکنده‌ترباشند ، σ کوچکتراست. برای یافتن توان دوم این پارامتر باید عبارت تابع فراوانی هنجاری رادر $(x-\mu)^2$ ضرب کرده وازآن‌درفاصلهٔ $-\infty$ تا $+\infty$ انتگرال گرفت . پارامتر σ را **انحراف معیار**وتوان دوم آن‌را **پراش تابع فراوانی** می‌خوانند .

نکتهٔ جالب توجه در مورد تابع فراوانی هنجاری آن است که باتعویض خطی متغیر ، $t=\frac{x-\mu}{\sigma}$ ، این تابع به صورت سادهٔ :

$$f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\,e^{-\frac{t^2}{2}}$$

که‌تابع هنجاری موزون نام داردودیگرشامل پارامترنیست درمی‌آید. برای مقداراین‌تابع‌ومساحت سطح واقع درزیرمنحنی نمایش‌آن جدولهای‌مفصل تهیه شده است .

این‌همان‌تعریفی‌بود که‌می‌خواستیم‌بکنیم.اکنون‌می‌پردازیم به بیان فرضها :

۱ ـ فرض اول‌آن است که می‌توان باانجام وتعیین‌نمرهٔ شخص P صلاحیت اورابرای‌تصدی شغل M تعیین کرد. ما خود اذعان داریم که این فرض از چندین لحاظ شدیداً محل بحث و تأمل است، ولی به هرحال چون نه ما با راههای اداری وغیر علمی آشنا هستیم ونه این راهها به روی مابازند ، جزانجام امتحان چاره‌ای نداریم .

۲ـ تجربه نشان داده است که اگرازگروهی که‌ازلحاظ اطلاعات علمی‌وعملی واستعداد وسن‌تقریباً همپایه هستند امتحان کنیم ، عموماً می‌توان نمره‌هائی راکه به دست می‌آیند باتابع فراوانی هنجاری به طریقی بسیار رضایتبخش نمایش داد و توصیف کرد . پس‌فرض دوم ، آن خواهد بودکه نمرهٔ امتحانی داوطلب P ازجمعیتی دارای تابع فراوانی هنجاری به دست آمده است .

گرچه این خود یك فرض آماری است ، چه به تابع فراوانی متغیر تصادفی مربوط می‌باشد ، ولی مافعلاً درصدد آزمون آن نیستیم، زیرا تجربه نشان داده است که تابع فراوانی هنجاری، قالبی بسیار مناسب برای نمایش وتوصیف این گونه داده‌های تجربی است .

۳ ـ فرض سوم آن است که ازنظرشایستگی برای تصدی شغل M اشخاص مختلف رامی‌توان به دوگروه یاجمعیت تقسیم کرد . اول گروه A مرکب ازکسانی که برای تصدی آن شغل صلاحیت کافی دارند ودوم گروه B مرکب ازکسانی که برای تصدی شغل M شایستگی ندارند .

اینجا نیز می‌دانیم که این فرض کاملاً با واقعیت منطبق نیست . بدین معنی که میان دوگروه A و B می‌توان چندین گروه دیگر نیزدر نظر گرفت که ازصالحترین افراد شروع و به نا صالحترین آنها ختم می‌شوند .

اکنون برای آنکه مبنای عددی مناسبی برای مطالعهٔ خود داشته باشیم، فرض می‌کنیم که اگر امتحان موردنظر دربارهٔ افراد جمعیت A انجام گیرد، میانگین یامعدل نمره‌هامساوی ۱۳، واگر آن امتحان درموردافراد جمعیت B صورت پذیرد، معدل نمره‌ها مساوی ۸ خواهد بود .

ضمناً فرض می‌کنیم که برای هردوگروه هنجاری A وB مقدار انحراف معیاریعنی σ مساوی ۲ است . فرض اخیر که آن رادرعلم آمار **فرض تکپراشی** می‌خوانند در اغلب موارد نه تنها ضروری بلکه بسیارمعقول است وبدون آن حل بسیاری مسائل اگر محال نباشد، لااقل بسیاردشوارمی گردد .

به هرحال فرضهایی که دربالاوبه‌طور خلاصه به‌آنهااشاره شد، ومطالعهٔ کافی دربارهٔ هریك ازآنهامستلزم صرف وقت‌طولانی است ، تنهابدین منظور بودکه مسئله راساده ومنجز کرده و با حل آن ماهیت روشهای آماری راروشن سازیم .

پس به طور خلاصه مسئله ای که درصدد حل آن هستیم بدین صورت است :

دوجمعیت‌هنجاری A وB داریم . میانگینهای نمره‌های افراداین دوجمعیت به‌ترتیب مساوی ۱۳و۸ وانحراف معیارمشترك آنهامساوی ۲ است . ازشخص P امتحانی می‌کنیم . برحسب نمره‌ای که این‌شخص دراین‌امتحان به دست می‌آورد ، می‌خواهیم تصمیم بگیریم که آیا باید او را فردی ازجمعیت A بدانیم یا فردی از جمعیت B .

مسلم است که شخص P به‌یکی‌ازدوجمعیت A یا B متعلق است وچون مابرای تصدی شغل M به‌یك فرد نیازمندیم، بیشتر میل داریم که این شخص برای آن شغل شایستگی داشته یعنی به جمعیت A متعلق باشد . تعلق P بـه‌جمعیت A فرض آماری است که می‌خواهیم آن را بیازماییم. به عللی که ازحوصلهٔ این مقال بیرون است آن‌را **فرض عدم** نامیده بدین صورت نمایش می‌دهند : $H_0: \mu = ۱۳$.

فرض‌مقابل عبارت است ازتعلق P به جمعیت B که‌چنین نوشته می‌شود : $H_1: \mu = ۸$

اگر درنتیجهٔ آزمون ما فرض عدم H_0 قبول شود ، صلاحیت‌تصدی‌شغل M به وسیلهٔ P محرزمی گردد، واگراین‌فرض رد شود، طبعاً فرض مقابل یعنی H_1 رابایدقبول کرد ، یعنی‌عدم صلاحیت P برای تصدی شغل M مسلم می گردد .

راجع به‌قبول ورد فرض‌آماری، تذکریك نکتهٔ بسیار مهم ضروری به‌نظرمی‌رسد. ازآنچه ماضمن این بحث می‌بینیم معلوم خواهدشد که قبول‌فرض‌آماری تقریباً هیچگاه قطعیت‌کامل ندارد، همچنانکه ردآن فرض نیزچندان قطعی نیست . پس هرگاه ما درمطالعهٔ خود لفظ قبول رابه‌کاربریم، منظورماتنها عدم رداست وهمچنین وقتی لفظ رد رابه کار بریم، عموماً مقصود ماعدم‌قبول است .

اینجایادآوری یك گفتهٔ‌پرمعنای **فیثاغورث** بسیارمناسب به‌نظرمی‌رسدوآن گفته چنین است : **«آری ونه ، قدیمترین وکوتاه ترین کلماتی هستندکه هنگام ادای آنها بیش ازهرکلمهٔ دیگرتعمق وتفکرلازم است»**

به هرحال ما همواره یك فرض علمی را به‌طور موقت ، یعنی تنها تازمانی که فرضی مناسبتر برای توصیف پدیدهٔ مورد مطالعه دراختیارنیست، می‌پذیریم . به‌همین طریق‌برای ردقطعی یك‌فرض علمی که قبلاً به‌طورموقت پذیرفته‌شده است، بایددلائل کافی دردست داشت وهرچند یك بار مراجعه به‌فهرست فرضهای پذیرفته نشده ممکن است مارا درراه پژوهشهای‌علمیی که در پیش داریم بسیارکمك کند .

این روشی است که هرمحقق علمی‌باید همواره‌اتخاذ کند. به عقیدهٔ ما ازلحاظی می‌توان‌کلیهٔ نظریه‌های علمی را مرکب‌از یك دسته‌فرضهای ردنشده ویاردشده ویافرضهایی که به‌طورموقت پذیرفته شده اند دانست . **چنین به نظر می‌رسدکه یکی‌از برجسته ترین مظاهرپیشرفت درعلوم آن است که‌شك راجایگزین‌یقین سازیم . زیرایقین مرادف باعدم‌لزوم تحول فکری ونوپذیری وبگفتهٔ دیگربه معنای توقف ورکود است . درجهان بیکران دانش، که اصل مسلم آن تحول وپیشرفت است،رکود وتوقف باسیربه‌سوی**

قهقهرا چندان تفاوت ندارد . اینجا این شعر لطیف و پر معنی بیاد می‌آید :

موجیم که آسایش مانیستی ما است
ما زنده به آنیم که آرام نگیریم

در اغلب موارد بزرگترین پیشرفتهای علمی درنتیجهٔ شك به دست‌آمده‌اند . در همین بیست ، سی سال اخیر ما به دفعات شاهدآن بوده‌ایم که باشك کردن دردرستی قطعی مکتسبات علمی چه‌پیشرفتهای مهمی‌نصیب جهان‌دانش‌شده است . اگردانشمندانی که هم‌اکنون درکشورهای مختلف به مطالعه وتحقیق در مسائل غامض علمی مشغولند به‌درستی وقطعی‌بودن نظریه‌های علمیی که تا این‌زمان ابداع وساخته وپرداخته شده‌اندیقین قاطع‌داشتند، به‌اقرب‌احتمال تا این اندازه برای‌کشف قوانین طبیعت (اگر بتوان طبیعت را واجدقوانینی دانست) نمی‌کوشیدند.

اما دربسیاری موارد وقتی‌که یك نظریهٔ نوین جایگزین یك نظریهٔ کهن می‌شود، بسیاری از مکتسبات باکم یا بیش تغییر باقی‌می‌مانند وبگفتهٔ دیگر، دربسیاری‌ازموارد نظریه‌های‌متوالی علمی ، تقریبات‌متوالی‌هستند که‌مارا بیش‌ازپیش وبه‌قول‌ریاضیدانان مجانب‌وار به‌واقعیتهای جهان واقفترمی‌سازند .

اکنون باز می‌گردیم به‌حل مسئله‌ای‌که طرح کردیم. از شخص P یك امتحان می‌کنیم و نمرهٔ او را x می‌نامیم . بر مبنای این‌نمره تصمیم خواهیم گرفت‌که آیا باید او را متعلق به جمعیت A با میانگین ۱۳دانسته فرض عدم راپپذیریم ویاآنکه باید او را متعلق به جمعیت B بامیانگین ۸ دانسته فرض‌مقابل فرض عدم را قبول‌کنیم .

البته تصمیم ما بستگی خواهد داشت به‌مقدار x . مثلاً اگر $x=۱۸$ باشد، بایدازدوفرض عدم جداً خودداری کرد، زیرا ظاهرآن است‌که این شخص صلاحیت تصدی شغل M را دارد . به عکس‌اگر مثلاً $x=٤$ باشد، باید فرض مقابل بیشتر مورد توجه قرارگیرد .

پس لازم است در این باره تصمیم بگیریم‌که چه عددی را به عنوان حد فاصل اختیارکنیم به طوری‌که اگر x از آن بزرگتر بود فرض عدم راقبول واگر ازآن‌کوچکتر بودفرض عدم را ردکنیم . مسلم‌است‌که این حد فاصل بایدقبل از انجام امتحان تعیین‌شود وپس ازآنکه این انتخاب صورت گرفت‌دیگر به‌هیچ وجه‌حق‌نداریم‌آن‌را تغییردهیم .

پس مسئلهٔ اخذ تصمیم ما راجع می‌شود به‌تقسیم محور x به‌دوجزء ،یکی‌ناحیهٔ R به‌طریقی‌که اگر x درآن باشدفرض عدم را ردکنیم‌ودیگری ناحیهٔ R به‌طوری‌که اگرx درآن‌قرار گیرد فرض عدم را بپذیریم . جزء R محور x را **ناحیهٔ بحرانی** یا **ناحیهٔرد** وجزء $\bar{R}$ آن را **ناحیهٔ غیربحرانی** یا **ناحیهٔ پذیرش** می‌نامند . پس مطلب منجر می‌شود به انتخاب ناحیهٔ بحرانی‌که تعریف آن‌چنین است :

ناحیهٔ بحرانی(R) آزمون یك‌فرض آماری زیر دسته‌ای است ازفضای نمونه‌ای متناظر بارد فرضی‌که آن رامی‌آزماییم.

پس ساختن آزمون فرض عدم H_0 چیزی جز انتخاب ناحیهٔ‌بحرانی R نیست .

اکنون همچنانکه در مدارس ایران مرسوم است، ناحیهٔ بحرانی را قسمتی از محور x که در چپ نقطهٔ $x_0=۱۰$ قرار دارد انتخاب می‌کنیم . اگر x از x_0 کوچکتر بود ، H_0 رد و H_1 قبول می‌شود؛ وبه‌عکس اگر x از x_0 کوچکتر نبود ، H_0 قبول و H_1 رد می‌شود . شك نیست‌که انتخاب x_0 اختیاری‌است چنانکه در بعضی موارد آن را بزرگتر وگاه آن راکوچکتر از ۱۰ اختیار می‌کنند .

البته‌ما به‌این‌نکته کاملاً توجه داریم‌که احراز شایستگی شخص P برای تصدی شغل M مانند اغلب مسائل دیگر پرسشی نیست‌که به‌طور منجز قابل حل بوده وبه‌عبارت دیگر پاسخ به آن به طور مسلم مثبت یا منفی باشد . پس نباید تصور کرد که تنها با انتخاب‌یك ناحیهٔ بحرانی مسئله برای همیشه به‌طورقطع حل شده است . این بدان علت است‌که دامنهٔ تغییرات متغیر برای جمعیت A و دامنهٔ تغییرات متغیر برای جمعیت B ، به‌اقرب‌احتمال، قسمت مشترکی‌دارند که‌درمسئلهٔ موردبحث‌ظاهراً یك جزء یاتمام فاصلهٔ ۹ تا ۱۲ است .

به هرحال اکنون‌که ناحیهٔ بحرانی تعیین شده است در نتایج این انتخاب بحث می‌کنیم .

ممکن است‌که نمرهٔ (x) داوطلب (P) از ۱۰ کوچکتر یعنی درناحیهٔ‌بحرانی R باشد ، ولی در واقع این شخص برای تصدی شغل M شایستگی داشته باشد . دراین‌صورت‌طبق قراری که‌گذارده‌ایم وحق عدول ازآن‌را از خود سلب‌کرده‌ایم، باید فرض‌عدم راردکنیم . یعنی‌گرچه حقیقتاً این شخص‌متعلق‌به‌جمعیت A یعنی جمعیت هنجاری با میانگین ۱۳ است،ولی چون x در ناحیهٔ بحرانی R قراردارد ، مااو را رد می‌کنیم . بدین طریق خطایی مرتکب می‌شویم‌که عبارت است از رد فرض عدم ،وقتی که این فرض درواقع درست است . این خطا را در علم آمار **خطای‌نوع‌اول** می‌نامند .

همچنین ممکن است‌که نمرهٔ (x) داوطلب (P) از ۱۰ کوچکتر یعنی درناحیهٔ غیربحرانی $\bar{R}$ باشد، ولی در واقع‌این

شخص برای تصدی شغل M شایستگی نداشته باشد . دراین‌صورت باز طبق قرار غیرقابل عدول خود باید فرض عدم را بپذیریم. یعنی گرچه حقیقتاً این شخص متعلق به جمعیت B، یعنی جمعیت هنجاری بامیانگین ۸است، ولی چون x درناحیهٔ غیر بحرانی $\overline{R}$ قرار دارد، ما اورا می پذیریم . اینجا نیز خطایی مرتکب می‌شویم که عبارت است از قبول فرض عدم ، وقتی که درواقع این‌فرض نادرست‌است . این خطارا درعلم آمار **خطای نوع‌دوم** می‌خوانند .

این دو نوع خطاکه احتراز ناپذیرند کیفی هستند .ولی چون تا پدیده ای جنبهٔ کمی نداشته باشد نمی‌توان درآن‌مطالعهٔ دقیق علمی انجام داد، لازم است که‌برای این دو نوع خطا نیز اندازه یامیزانی درنظر گیریم .

میزان خطای نوع اول یا α احتمال‌آن است که وقتی که فرض عدم H_0 درست است ، نقطهٔ x در ناحیهٔ بحرانی R قرار گیرد ومیزان خطای نوع دوم یا β احتمال‌آن است که وقتی که فرض عدم H_0 نادرست و فرض مقابل H_1 درست است نقطهٔ x درناحیهٔ غیربحرانی $\overline{R}$ واقع شود .

البته کمال مطلوب‌ما آن است که مقادیر αوβ هرچه‌ممکن است کوچکتر باشند . حتی میل داریم که میزان هر دو خطا را صفر کنیم . ولی به‌آسانی می‌توان دیدکه‌ممکن نیست که درعین حال‌میزان هردونوع خطا صفر گردد،مگرآنکه **حاصل‌ضرب منطقی** یاآمیزش دوفضای نمونه‌ای‌متناظر با دو جمعیت A وB دسته‌ای باشدتهی.وهمچنانکه دربالا گفتیم این پدیده‌ای است که دریك مسئلهٔ معین عملی بسیار به‌ندرت دیده می‌شود .

گرچه قیاسهای مع‌الفارق نظیرآنچه هم اکنون خواهیم گفت ازطرف کسانی که باعلوم مثبت ودقیق سروکاردارند به‌هیچ وجه‌شایسته‌وسزاوار نیست،ولی‌به‌هرحال گویی‌چنین به‌نظرمی‌رسد که نتیجهٔ اخیر کم یا بیش **اصل عدم قطعیت هایزنبرگ** (Heisenberg) را به‌یاد می‌آورد. چنانکه‌می‌دانیم‌به‌موجب این اصل «حاصل ضرب‌خطاهای محتمل دراندازه گیری‌دو کمیت که‌بایکدیگر ارتباط دارند، مثلاً وضع‌یك ذره ومقدارحرکت‌آن درلحظهٔ‌معین،هیچگاه‌نمی‌تواند ازمقدار ثابت‌**پلانك**(Plank) یعنی $h=۶۶۲۳۷\times۱۰^{-۲۷}$ کوچکترشود» .

چنین به‌نظرمی‌رسد که.حتی‌درزندگی عادی نیز به‌مسائلی برمی‌خوریم که در آنها ممکن نیست دوکمیت راکه با یکدیگر ارتباط دارند درعین حال به‌دلخواه کوچك کرد . به هرصورت شاید بتوان گفت که‌کلیت اصل عدم قطعیت بیش از آن است که امروز به‌نظرمی‌رسد.

اکنون برای آنکه از بحثهای بیهوده احتراز جوئیم از لحاظ اهمیت‌نسبی این‌دونوع‌خطا، این‌اصل‌راکه حسن‌آن‌عملاً معلوم شده است به‌کارمی‌بندیم :

ازمیان همهٔ‌آزمونها ویابگفتهٔ دیگر همهٔ نواحی بحرانیی که دارای میزان خطای نوع اول معینی هستند باید آن‌آزمون یاناحیهٔ بحرانی را انتخاب‌کردکه برای آن ، خطای نوع دوم می‌نیمم است .

ممکن است اصول دیگری نیز مورد توجه قرار گیرند ، مثلا مینیمم‌کردن مجموع میزانهای دو نوع خطا . اما روشن است که‌نمی‌توان‌احتمال رد فرض درست رابا احتمال قبول فرض نادرست تحت‌یك عنوان قراردارد. به عبارت دیگر، عدم ارجاع شغل به شخصی که‌شایستگی اوبه‌طور متوسط ازاندازهٔ لازم‌بیشتر است (خطای نوع اول) باارجاع شغل به‌شخصی که‌به‌طور متوسط شایستگی او ازاندازهٔ لازم‌کمتر است (خطای نوع دوم) همپایه وقابل جمع نیست .

با توجه به‌همین نکته است که معمولاً درامتحانات اگر نمرهٔ شاگردی‌کمی از۱۰کمتر بود اورا ارفاقاً می‌پذیرند ولی هیچگاه دیده نشده است که وقتی که نمرهٔ شاگردی‌کمی از ۱۰ بیشتراست او راردکنند .

البته شایداین عمل ازلحاظی عدول ازانتخاب قطعی‌ناحیهٔ بحرانی تلقی شود . ولی ازطرفی مسلم است که یك معلم‌دستگاه خودکارنمره گذاری نیست. از طرف دیگر،شاگردهم مانند یك قسمت ماشین نیست‌که سرنوشت او بتواند ما راکاملاً بی‌علاقه بگذارد . به بیان دیگر،اوضاع واحوال وواقعیتهای زندگی با قالب خشك ریاضیی‌که مابرای نمایش یا توصیف آنها می‌سازیم بسیار تفاوت دارند . گفتگوی بیشتر دراین نکته ازحوصلهٔ این مقال بیرون است .

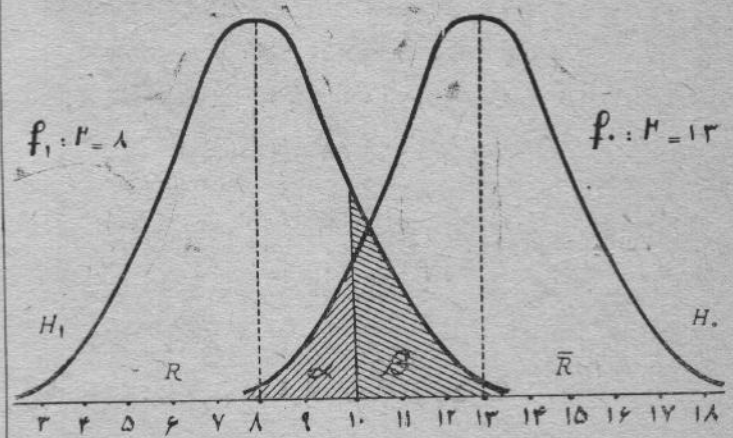
به‌هرصورت‌برای‌آنکه ازبحثهای طولانی‌که بیشتر به‌سلیقهٔ شخصی یامسئلهٔ خاص مورد مطالعه بستگی دارند احترازشود ، دراغلب موارد قرارکلی برآن است‌که خطای نوع اول،یعنیα را،مساوی ۵درصد می گیرند.یعنی در۵درصد حالتها فرض عدم درست رد می‌شود . آن وقت ناحیهٔ بحرانی را طوری انتخاب می‌کنندکه خطای نوع دوم یعنی β مینیمم شود . مقداره درصد خطای نوع اول را **ترازفیشر**(Fisher) می‌نامند .

اکنون می‌پردازیم به محاسبهٔ مقادیر خطاهای نوع اول ودوم‌درمسئلهٔ مورد بحث .

چنانکه‌گفتیم میزان خطای نوع‌اول احتمال رد فرض‌عدم است‌وقتی که این‌فرض‌درست می‌باشد. پس مقدارآن مساوی‌است

بامساحت سطح واقع در زیرمنحنی هنجاری متناظر با فرض‌عدم یا $\mu = ۱۳$ وقتی‌که x درناحیهٔ‌بحرانی R یعنی $x < ۱۰$ است.

ع فراوانی‌مساوی۲ بگیریم،



ازجدولهای‌تابع هنجاری‌موزون معلوم می‌شود که $\alpha = ۰٫۰۶۷$.

همچنین‌میزان خطای‌نوع‌دوم احتمال قبول فرض‌عدم است وقتی که این فرض نادرست می‌باشد.

پس‌مقدار آن مساوی‌است‌بامساحت سطح واقع‌درزیرمنحنی هنجاری متناظر با فرض مقابل یا $\mu = ۸$ وقتی‌که نقطهٔ x در ناحیهٔ غیربحرانی $\bar{R}$ یعنی $x \geqslant ۱۰$ است. ازروی جدولهای‌تابع هنجاری‌موزون معلوم می‌شود که $\beta = ۰٫۵۱۹$

ازروی‌شکل کاملاً واضح‌است که‌اگر بخواهیم α را کوچکتر کنیم، β بزرگتر خواهدشد. همچنین اگر بخواهیم β را کوچکتر کنیم، α بزرگتر خواهد شد.

اکنون‌اگر ترازفیشررا برای α اختیار نماییم، یعنی‌اگر α را مساوی ۵ درصدبگیریم، ازروی جدولهای تابع هنجاری موزون معلوم می‌شود که ناحیهٔ بحرانی عبارت خواهد بود از $R: x \leqslant ۹٫۷۲$ و برای این ناحیهٔ بحرانی مقدار $\beta = ۰٫۱۹۵$ به‌دست می‌آید. چنانکه‌می‌بینیم، وقتی‌که $۰٫۰۱۷$ از α کم می‌شود $۰٫۰۳۶$ که بیش از دوبرابر آن است بر β افزوده می‌گردد.

اکنون نه تنها مسئله‌ای که ما طرح کرده بودیم کاملاً حل شده است، بلکه‌اولاً می‌دانیم که جواب آن باچه فرضهائی به‌دست آمده است وثانیاً می‌دانیم که در حل‌آن به‌اقرب احتمال مرتکب خطاهای اجتناب ناپذیری شده‌ایم و بالاخره حداکثر میزان خطاهایی راکه ممکن است مرتکب شده باشیم نیز محاسبه کرده‌ایم.

آیا این بهترین طرزحل یك مسئله با استفاده ازروشهای علمی نیست؟

چرا چنین است؟

دوعدد متماثل سه رقمی درنظر بگیرید (مثل ۷۵۴ و ۷۵۴). حال این دو عدد را به‌دنبال هم بنویسید تا یك عدد شش رقمی حاصل‌شود (۷۵۴۷۵۴). تااینجا چیز جالبی نبود. اما اگر امتحان کنید می‌بینید که این عدد هم بر ۷ قابل‌قسمت است وهم بر ۱۱ وهم بر ۱۳!

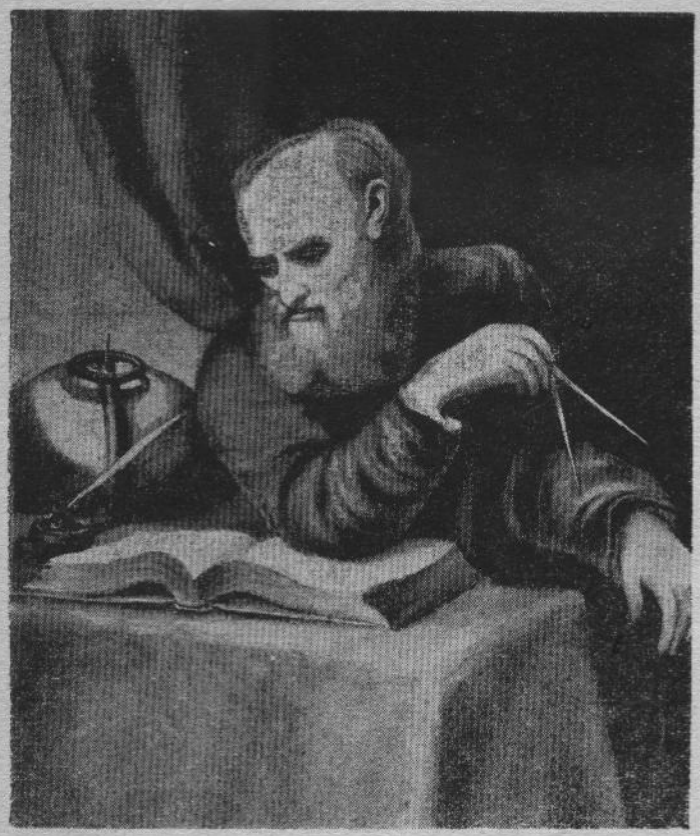
ارقام دو عدد متماثل راعوض کنید، بازعدد شش رقمی حاصل، هم بر ۷ و هم بر ۱۱ وهم بر ۱۳ قابل قسمت است.

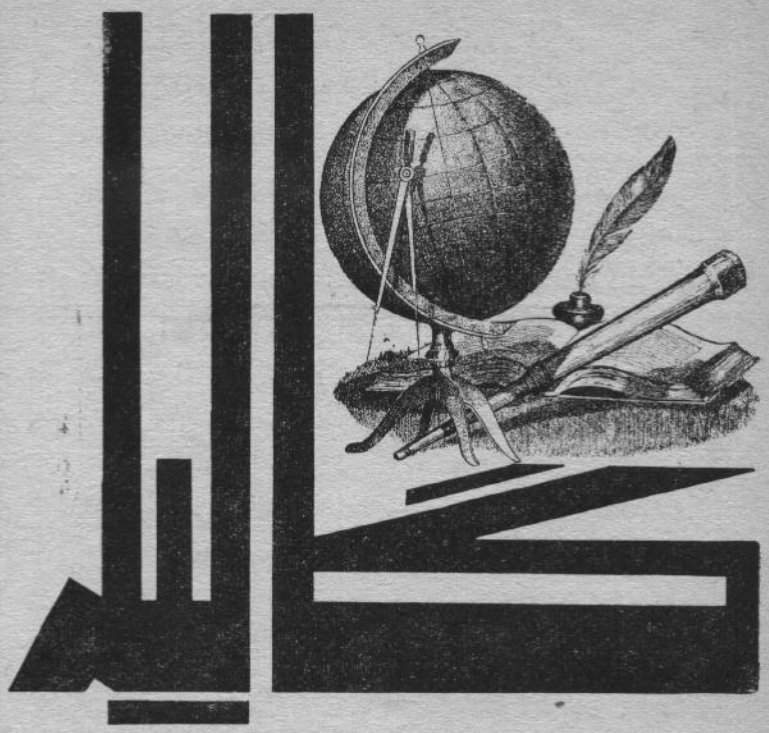
می‌توانید بگویید که چرا چنین است؟

پاسخ به «چرا چنین است» شمارهٔ گذشته

اگر به‌طور کلی جملهٔ اول رشته را a وجملهٔ دوم را b فرض‌کنیم، جمله هفتم آن می‌شود: $۵a + ۸b$ و مجموع ده جملهٔ آن می‌شود: $۵۵a + ۸۸b$ (جمله ها را بنویسید و این مقادیر را به‌دست آورید). a و b هرچه باشند همیشه:

$$۵۵a + ۸۸b = ۱۱(۵a + ۸b)$$
$$= ۵۵a + ۸۸b$$





این مقاله کوششی است که ، به مناسبت چهارصدمین سال تولد گالیله ، برای تحقق بخشیدن به آرمان یونسکو در بارهٔ حسن تفاهم بین‌ملل تقدیم خوانندگان عزیز مجله می‌گردد.

«شورای نویسندگان»

ترجمهٔ مهدی مدعم

۱

در کلیسای بزرگ شهر **پیزا** دانشجوی جوانی بر زمین زانوزده به دعا مشغول بود . سکوت مطلق بر همه جا حکمفرمایی می‌کرد وجز صدای گوش خراش زنجیر چهلچراغ، صدایی به گوش نمی‌رسید . چند لحظه قبل که متولی کلیسا ، در چراغها روغن می‌ریخت، این چهلچراغ را بدون توجه، به حال نوسان رها کرده بود . صدای تیک‌تاک زنجیر ، دعای این دانشجو را قطع کرده و وی را با یک سلسله افکار طولانی مشغول داشته بود .

ناگاه درمیان بهت وحیرت سایران ازجا پرید و بپا خاست. از آهنگ زنجیر چهلچراغ نوری در دلش تابیده بود . حس کرده بود که این آهنگ منظم ویکنواخت است و زمان رفت و برگشت چهلچراغ ، باوجود آنکه دامنهٔ نوسانات تدریجاً کاهش می‌یابد تغییر نمی‌کند .

آیا این مطلب را درست فهمیده بود ؟ بی‌درنگ به سوی خانه شتافت که به‌تجربه دریابد که آنچه را حدس می‌زد، خیالی بیش نیست یا آن که به کشف یکی ازحقایق جهان فایق آمده‌است.

به‌محض ورود به‌خانه دوتکهٔ ریسمان به یک طول انتخاب کرد ودوقطعه‌سرب هموزن بردوسر آنها بست وسرهای دیگر نخها را به‌دوقلاب گره زد وازپدر بزرگش خواهش کرد که اورا در این آزمایش کمک کند ، بدین ترتیب که خود نوسانات یکی از آونگها وپدربزرگش نوسانات دیگری را بشمارد .

پیرمرد شانه‌هایش را بالاانداخت ودرحالی که زیرلب از افکارخام گالیله اظهارناراحتی می‌کرد بااین کارموافقت نمود .

گالیله‌دو آونگی که ساخته بود گرفت ویکی راچهاروجب ودیگری را دووجب از امتداد شاقولی منحرف ساخت ودر یک زمان رها ساخت . سپس آنها شرع به‌شمارش نوسانات آونگها کردند . نتیجه درست‌یکی‌بود، یعنی هر آونگ درست دریک‌زمان صدمرتبه نوسان کرده بود . دوآونگ به رغم تفاوت زیادی که‌در فاصله باامتداد قائم داشتنددریک زمان به‌این امتداد می‌رسیدند.

بنابراین در حرکت نوسانی چهلچراغ کلیسای شهر ، گالیله قانونی ازطبیعت راکشف کرد که امروز در مورد شمارش ضربان نبض و اندازه گیری زمان به وسیلهٔ ساعت وکسوف خورشید وحرکت ستارگان به‌کار می‌رود .

۲

گالیله پیوسته به‌آزمایش مشغول بود . حتی در کودکی به آنچه دیگران می‌گفتند متکی نمی‌شد . هرچه را که می‌دید ومی‌شنید برای تحقیق به فکر و حواس خود عرضه می‌داشت . وی که‌فرزندیك موسیقیدان بود ، ازخردی به موسیقی ستارگان که قدما بدان اعتقاد داشتند علاقمند بود ، پدرش او را طفلی کم حواس و متوجه به‌ستارگان می‌پنداشت که چیزهائی عجیب می‌بیندوصداهایی‌وهمی می‌شنود. درمدرسه وقتی که‌معلم‌می‌خواست که به بیان اهمیت حروف اضافه در زبان لاتین یاافعال ایتالیائی بپردازد ، ذهن گالیله در میان ابرها همراه با بالونی که پدرش به عنوان هدیه به‌وی اعطاکرده بود پرواز می‌کرد . به هنگام بازی، به‌ساختن انواع‌اسباب‌بازیها ازقبیل گاری وکشتی وآسیاب و آنچه را که باحواس خارق‌العاده تیز خود در طی راه رفتن می‌دید دست می‌زد .

در دوازده سالگی او را به یك مدرسه مذهبی واقع در **والومبروسا** ، محل مقدسی که زوار برای زیارت آنجا حاضر به از دست دادن جان خود بودند ، فرستادند . در این مدرسه گالیله با وجود آنکه تحت نفوذ راهبه ها قرار داشت ، گاهی عکس‌العملهائی برای برهم زدن مقررات مذهبی نشان می‌داد . پدرش با این‌کار گالیله مخالف بود و به همین دلیل اورا ازآن مدرسه بیرون‌آورد ودر نظر داشت که وی را به‌کار تجارت لباس بگمارد .

با این همه ، گالیله افکاری ویژهٔ خود داشت . اصرار می‌ورزید که شاغل یکی از مشاغل علمی باشد . علاقه داشت که درریاضیات تخصص پیدا کند ، رشته‌ای که درآن روزهای‌جاهلیت مرادف‌با یك عمرفقرمی‌بود . سرانجام پدروپسر به‌توافق‌رسیدند وگالیله برای تحصیل علم پزشکی وارد دانشگاه پیزا شد .

اما گالیله درباطن ، به‌عشق تحصیل ریاضیات این‌پیشنهاد را پذیرفته بود . وی اغلب درزیر کتابهای درسی پزشکی خود، نوشته های اقلیدس و ارشمیدس را پنهان می‌کرد و در مطالعهٔ آنهاغوطه ورمی‌شد . ودراوقات فراغت نیز به‌آزمایشهایی می‌پراخت که لوازم‌آن راخود ساخته بود .

استادان دانشگاه به زودی به نوع مطالعات وتجربه‌های اوپی‌بردند وعدم موافقت خود را اعلام کردند . آن روزها تفکر و تحقیق در بارهٔ موضوعات علمی یك نوع فساد عقیده محسوب می‌شد . دانشمندان عقیده داشتند که تمام مسائل علمی سرانجام و منحصراً باید از عقاید ارسطو نتیجه گرفته شود . اگراحیاناً دانشجویی جرئت جسارت و انتقادکردن از عقایدرسمی‌راپیدا می‌کرد، استادان در پاسخ‌به او فقط به‌گفته‌های ارسطو استناد می‌کردند . وقتی که گفته می‌شد که فلان مطلب را ارسطو گفته است ، برهمه فرض بود که‌آن رابدون چون وچرا بپذیرند. امادانشجوی جوان مابیدی نبود که ازاین بادهابلرزد. وی جرئت و تهور آن را داشت تا عقاید و نظرهای استادان را درمقابل مشاهدات خود قراردهد وآنها را باهم مقایسه کند . دیری‌نپایید که اولیای دانشگاه‌به گستاخی این دانشجوپی‌بردند. تصمیم‌برآن گرفتند که به‌خاطرشهرت نیك‌دانشگاه وبرای‌هدایت این دانشجوازاین بی‌پروائی جلوگیری کنند . نامه‌ای به پدرش نوشتند وآن‌موسیقیدان پیررا ازاین گناه پسرآگاه کردند . پدر ناچار پسرخود را تهدید کرد که به نظرات استاد انش احترام بگذاردوازدخالت واظهارنظر بیجادربارهٔ‌مجهولات دست‌بردارد.

اما گالیله به‌این تهدید وقعی ننهاد . او یك مطلب‌اساسی کشف‌کرده بود و آن این‌که علم ریاضیات زبان طبیعت است و حاضر شده بود که همهٔ زندگی خود را وقف تحصیل این زبان بکند .

۳

استادان گالیله‌ازدادن گواهینامهٔ دکترابه‌وی‌امتناع کردند واوناچاردانشگاه پیزا را ، درحالی‌که ازطرفی به علت مردود شدن وشکست در دانشگاه وازطرف دیگر به‌سبب شعبده بازی با اشکال، شهرت نامطلوبی‌یافته بود ترك گفت . اما مهارت او در شعبده بازی با اشکال مورد نظر**مولتی وکلاویو و مونت** ، ریاضیدانان برجستهٔ ایتالیا قرارگرفته بود . گالیله مشاهدات علمی خود را برای‌آنان می‌نوشت وبه‌همین دلیل ازجانب آنان لقب«ارشمیدس‌روز» گرفته‌بود. امااین‌ارشمیدس‌روزبه‌زودی‌دریافت که‌ریاضیات ، ازنظر تحصیل‌معاش، هرگز به‌پای‌پزشکی‌نمی‌رسد، چه درآن زمان عدهٔ‌کثیری مریض بودند وعدهٔ قلیلی‌کنجکاو. گالیله‌کوشش کرد که شاگردانی چند از طبقه اشراف به دست آورد ، زیراافراد معمولی‌به سختی حاضر می‌شدند که قرصهای نان وکره محسوس را بازاء اعداد مجرد بدهند .

خوشبختانه دراین‌زمان‌کرسی ریاضیات در دانشگاه پیزا بدون متصدی شده بود وگالیله موفق شد که آن را اشغال کند . این‌نیزتنها به این جهت‌بود که‌حقوق دارندهٔ این‌کرسی فقط ۵۰۰ ریال در سال بود و به علت کمی حقوق ، داوطلبی برای آن پیدا نمی‌شد .

گالیله برای اینکه در آمد خود را به حدی برساند که کفاف مخارج‌روزانه‌اش را بدهد ، تصمیم گرفت که اوقات‌فراغت خود را به‌کارپزشکی مشغول شود . اما به‌علت آنکه بیش‌ازپیش به آزمایشهای خود مشغول بود وقت اضافی نداشت . قصد وی ، آن‌طورکه خود اظهارمی‌داشت ، این بود که به‌جای قبول عقاید

علمی ارسطو، چون اصول تغییرناپذیر، همهٔ آنهارا به محك آزمایش بزند. عقیده داشت که راه دریافت حقایق علمی مطالعهٔ کتاب طبیعت است نه از برکردن کتابهای ارسطو.

دانشجویان با لبخندهای تلخ ومخفیانه به سخنرانی وی گوش می‌دادند و استادان فریاد تکفیر او را بلندکرده بودند. همه می‌گفتند که این جوان گستاخ تازه‌کار باکنار گذاشتن کتابهای مقدس ارسطو و جایگزین ساختن آنها با اسبابهای مسخره‌ای چون نخ وسرب واهرم ودایره وزاویه وصفحه، چه نقشه‌ای در سر می‌پروراند؟ معتقد بودند که اینها اسباب بازی کودکان است نه وسایل تحقیق جدی دربارهٔ اسرار جهان. اورا تهدید کردند که دست ازآن مسخره بازیها بردارد والا چنان درسی به‌وی دهند که دربقیهٔ عمرهرگز فراموشش نشود.

اما چون گالیله دست ازانجام آزمایشهای خود نشست، اولیای امور تصمیم به اقدام جدیتری گرفتند. موضوعی پیش آمده بود که به‌زعم آنان سرانجام موجب رسوایی و سرشکستگی گالیله می‌شد. اوبرخلاف تعالیم ارسطو می‌گفت که اگردوو زنه مختلف‌الوزن را ازیك ارتفاع و دریك لحظه رها کنیم، در یك زمان به زمین خواهند رسید. استادان دانشگاه این نظر راکه یك گلولهٔ توپ ویك پرمرغ بایك سرعت در فضا سقوط می‌کنند نظری احمقانه وبی اساس می‌دانستند و می‌پنداشتند که آزمایش این امرمحال باعث فضاحت همیشگی گالیله خواهد شد. بنابراین به اواخطارکردند که برای اثبات درستی ادعای خود در مقابل استادان دانشگاه ودانشجویان وسایرطبقات مردم حاضر شود.

گالیله باخوشحالی تمام این دعوت را پذیرفت. محلی راکه برای نمایش درنظر گرفت، برج معروف پیزا بود. درروز موعود، استادان لباس رسمی مخملی و بلند خود را پوشیدند و به محل نمایش رفتند. دانشجویان وبسیاری ازمردم خوشگذران شهر به دنبال آنان به‌راه افتادند. جمعیتی برای تماشای محو شدن شخصیت یك فرد گردآمده بود.

تاکنون به‌فکر هیچ کس نرسیده بود که مطلبی به‌این سادگی رابرای خود تحقیق کند، چه‌همه می‌گفتند که ارسطو چنین گفته است ولزومی ندارد که دراین باره به مغز خود فشار واردآوریم.

به همین جهت، وقتی که گالیله برای انجام آزمایش از پله‌های برج بالامی‌رفت، مردم اورا مسخره می‌کردند. وی در یك دست گلوله‌ای پنج کیلوئی ودردست دیگر گلوله‌ای نیم کیلوئی حمل می‌کرد. لحظه موعود فرارسید. گالیله این دو گلوله را از بالای برج رها کرد. ابتدا فریادهای مسخره آمیز و سپس زمزمه‌های اعجاب از جمعیت به گوش رسید. عملا آنچه محال می‌نمود اتفاق افتاد. دو گلوله آهنین دریك لحظه ازبالای برج به‌سقوط آغاز کردند، درفضا باهم به‌پایین آمدند و سرانجام با هم به‌زمین رسیدند.

نظر گالیله ثابت‌شده بود، اما هنوز استادانی بودند که‌این آزمایش‌را باور نمی‌داشتند وبه‌رغم آنچه به‌چشم خود دیده بودند، باز هم عقاید ارسطو را پیش‌می کشیدندو گالیله را مورد ظلم قرارمی‌دادند.

۴

باهمهٔ این احوال وبا وجود محرومیت بسیار، گالیله به تدریس‌وزندگی غیررسمی خویش ادامه می‌داد. درپیزا مقررات دانشگاهی چنین بود که استادان باید علاوه‌بر کلاس درخیابانها هم لباس گشاد رسمی خود را بپوشند. گالیله این مقررات را شکست. پوشیدن چنین لباسی که شخص را از راه رفتن باز می‌داشت، به نظر گالیله کاری عبث می‌نمود. همان طور که میل داشت درفکر کردن واظهارعقیده آزاد باشد، مایل بود جسماً هم آزاد باشد. وی معتقد بود که لباس رسمی، مانند عقایدرسمی، ازجمله چیزهائی است که شیطان برای بشرساخته است. کراراً مجبور می‌شد که قسمتی از حقوق نا چیز خود را به عنوان نقض‌مقررات بپردازد. بالاخره طاقت مقامات دانشگاه درمقابل این جوان سرسخت، که جرئت بی‌اعتنائی و عدم رعایت افکار و عادات روزرا داشت، تمام‌شد. به‌این نتیجه رسیدند که اوشخصی نیست که صلاحیت هدایت وراهنمایی نسل جوان را داشته باشد. باید بهانه‌ای تراشیده واورا ازخدمت در دانشگاه معاف کرد.

یافتن این بهانه زمان زیادی طول نکشید. شاهزاده **«دان‌جیووانی‌دومدیسی»** فرزند **«کاسیموی»** اول ماشینی لاروبی اختراع کرده بود وپیشنهاد می‌کرد که ازآن برای پاك کردن بندر **«له‌گورن»** استفاده شود. نمونهٔ این ماشین را برای امتحان واظهارنظر به‌پیش گالیله بردند. گزارش گالیله، که سرانجام درستی‌آن ثابت شد، برای شاهزاده ناخوش‌آیند بود. گالیله گزارش‌داده بود که‌این ماشین ازبیفکری ساخته‌شده است‌وقابل‌استفاده نیست. شاهزاده ازاین توهین‌آشکار که‌به‌مقام وی‌شده بودسخت برانگیخت وفرمان برکناری گالیله را ازسمت استادی دانشگاه، به‌علت عدم‌صلاحیت، صادرکرد. مقامات‌دانشگاه منتظر چنین بهانه‌ای بودند. دانشجویان هم قبلا به وسیلهٔ استادان پیرو ارسطو تحریك شده وبه صف آنها پیوسته بودند؛ درنتیجه گالیله ازدانشگاه پیزا اخراج‌شد.

ولی گالیله، همان‌طور که قبلا هم اشاره کردیم، دوستانی نیزداشت. به‌کمك آنان‌ودیگر دانشمندان ریاضی وفیزیك، که ارزش واقعی تجارب اورا درك کرده وآنها را دنبال می‌نمودند، توانست سمت دیگری بهتر ازسمت قبلی در دانشگاه **«پادوآ»**

بقیه درصفحهٔ ٦٦

ببین تفاوت ره از کجاست تا به کجا

«پرسش و پاسخ زیر از مجلهٔ «ریاضیات برای دانش آموزان» چاپ آمریکا، توجه ما را جلب کرد و از «آقای مهدی مدغم» تقاضا کردیم که آن را برای خوانندگان مجلهٔ یکان ترجمه فرمایند. اینك ترجمه‌ای را که ایشان تهیه فرموده اند از نظر شما می‌گذرانیم. **«شورای نویسندگان»**

دربارهٔ اعداد اول

سردبیر گرامی من **ورونالد باربانل** که یکی از دوستان من است شنیده بودیم که تاکنون کسی پیدا نشده که فرمولی پیدا کند که حاصل آن بازاء جمیع مقادیر n اعداد اول باشد. اکنون ما فکر می‌کنیم که چنین فرمولی را پیدا کرده‌ایم.

گرچه فرمولی را که ما پیدا کرده‌ایم شامل جمیع اعداد اول نیست، اما نتیجهٔ آن منحصراً عدد اول است. این فرمول عبارت است از $n^3 \pm n \pm 1$ که درواقع قابل تقسیم به این چهار فرمول است: n^3+n+1 و n^3+n-1 و n^3-n-1 و n^3-n+1.

هر کدام از این عبارات بازاء جمیع مقادیر n عدد اول نتیجه نمی‌دهد، اما در میان چهار عبارت فوق اقلاً یکی از آنها هست که عدد اولی نتیجه می‌دهد. مثلاً اگر n را ۲ فرض کنیم: $2^3+2+1=11$ و $2^3+2-1=9$ و $2^3-2-1=5$ و $2^3-2+1=7$ که جز یکی از این چهار عدد بقیه اول می‌باشند. و اگر به n، ۱۲ نسبت دهیم فقط عبارت $12^3+12+1=1741$ اول است و سه عبارت دیگر بازاء $n=12$ عدد اول به دست نمی‌دهند. از مثالهای فوق به خوبی معلوم می‌شود که فرمولهای ما چگونه اعداد اول را به‌دست می‌دهند. ما اعداد از ۱ تا ۱۰۴ را تماماً امتحان کرده‌ایم و نتیجه موفقیت‌آمیز بوده است. باوجود این اگرچه نتایج اعداد طبیعی دیگر به نظر موفقیت‌آمیز می‌رسند، اما از آنجائی که به‌ازاء اعداد بزرگتر از ۱۰۴ نتیجه، اعداد اول بسیار بزرگی می‌شوند، و ما نتوانسته‌ایم جدولی شامل اعداد اولی به این بزرگی پیدا کنیم، نمی‌توانیم در این خصوص اظهار نظر قطعی کنیم.

رونالد دومن از معلم خود سؤال کردیم که به چه وسیله می‌توان ثابت کرد که نتیجهٔ این فرمول همواره عدد اول است یا آنکه ممکن است عدد غیراولی هم از این فرمول به دست آید.

وی جواب داد که برای این منظور باید موضوع را با یك مجلهٔ ریاضی درمیان بگذاریم و از نویسندگان آن بخواهیم که فرمولهای فوق را امتحان کنند. بنابراین از شما تقاضا می‌شود که فرمول فوق را امتحان کرده نتیجه را اعلام فرمایید که آیا فرمولی که کشف کرده‌ایم صحیح است؟

تانی مهر ـ رونالد باربانل

پاسخ مجله ـ مجلات ریاضی عموماً وسایلی ندارند که فرمولهائی شبیه این فرمول را امتحان کنند تا به صحت نتیجه‌ای که از آنها انتظار می‌رود پی ببرند. با این وصف می‌توان آن را در مجله درج کرد تا سایر خوانندگان دلیلی برای صحت آن بیابند یا مثالی در رد آن بیاورند.

اما در این مورد، ما مطلب را با آقای **تام ولف** دانش‌آموز دبیرستان ویسکانسین در میان گذاشتیم و از ایشان خواهش کردیم که فرمول فوق را تا حدود $n=500$ امتحان کرده و ببینند که بازاء جمیع مقادیر کمتر از آن آیا اقلاً یك عدد اول از چهار فرمول فوق نتیجه می‌شود یا نه.

تام مطلب را برای پاسخ گرفتن از یك ماشین حساب الکترونیکی که در دانشگاه ویسکانسین بود مرتب کرد. این کار او پانزده دقیقه وقت گرفت و بعد ماشین مزبور در عرض ۱۲ ثانیه اعلام کرد که فرمولهای فوق تا $n=60$ اعداد اول به دست می‌دهند.

اما بازاء $n=61$ هر چهار عددی که از چهار فرمول مزبور نتیجه می‌شوند غیراولند، یعنی به‌ازاء $n=61$، n^3+n+1 بر ۷۵۶۸۱ و n^3+n-1 بر ۷۸۲۹ و n^3-n+1 بر ۶۱۳۳ و n^3-n-1 بر ۳۲۴۱۷ قابل قسمتند.

ما بدین وسیله از آزمایشگاه تجزیهٔ اعداد دانشگاه ویسکانسین برای اینکه ماشین حساب خود را در این مدت جهت تحقیق صحت این فرمول به کار برده‌اند تشکر می‌کنیم.

دریك میهمانی

ترجمه وتنظیم از : پرویز شهریاری

۱ ـ عده‌ای از دوستان به شام دعوت داشتیم. قبل‌از آنکه شام حاضر شود مدعوین در اتاق پذیرائی نشسته بودند . یکی ازآنها چنین نقل کرد :

امروز صبح من باسنجابی بازی قایم موشك داشتم . لابد می‌دانید که‌درجنگل‌مامحوطهٔ کوچکی‌وجوددارد که درخت‌سپیدار بزرگی دروسط‌آن است. سنجاب پشت این درخت‌مخفی‌شده بود. همین‌که از بیشه به محوطه‌آمدم‌چشمم به‌پوزهٔ سفیداو باچشمهای زنده‌اش افتادکه ازپشت درخت‌به من‌نگاه می‌کرد . با احتیاط بدون اینکه به او نزدیك شوم در کنارهٔ محوطه به راه افتادم تاخودرا ازدید حیوان مخفی کنم . چهارمرتبه‌درخت رادورزدم. اما حیوان‌متقلب‌خودرا به‌طرف‌دیگردرخت‌می‌کشید، به‌طوری که درهرحال‌من فقط پوزهٔ‌اورامی‌دیدم. به‌این‌ترتیب من موفق‌نشدم دورسنجاب بچرخم .

یکی از حاضران گفت :

ـ ولی شما خودتان گفتید که چهار مرتبهٔ دور درخت چرخیده‌اید.

ـ بلی دوردرخت ، امانه دورسنجاب .

ـ ولی آخر سنجاب روی درخت بود.

ـ خوب باشد !

ـ یعنی شما سنجاب‌راهم دورزده‌اید.

ـ چطور سنجاب را دورزده‌ام ، درحالی که یك بارهم پشت‌اورا ندیده‌ام .

ـ به‌پشت اوچه مربوط است ؟ سنجاب در مرکز دایره قرارگرفته وشما محیط دایره راطی کرده‌اید . یعنی سنجاب را دورزده‌اید .

ـ چطور نمی‌فهمید ؟ فرض کنیدکه من می‌خواهم دورشما بچرخم . اما شما همیشه صورت‌خودرا به طرف‌من‌نگاه می‌دارید. آیا می‌توانید ادعاکنیدکه من دورشما چرخیده‌ام ؟

ـ البته‌که می‌توانم ، مگرغیرازاین‌هم هست؟

ـ چطور چرخیده‌ام، درحالی‌که هرگز عقب‌شما نبوده‌ام و پشت‌سرشمارا ندیده‌ام .

ـ چه ربطی به پشت‌سردارد ! شما روی منحنی‌بسته‌ای‌دور من چرخیده‌اید وتنها همین شرط لازم است ، نه‌اینکه پشت سر مرا ببینید .

ـ اجازه بفرمائید : چرخیدن به دور یك‌چیز چه‌معنایی دارد ؟ ازنظر من تنها به این معنا است : توقف‌کردن متوالی درچنان نقاطی‌که بشود یك‌شیئی راازهمه طرف دید. وسپس‌رورا به‌طرف پیرمردی‌که درجمع حاضران بود برگرداندو گفت:

ـ مگر همین‌طورنیست استاد ؟

ـ استادجواب‌داد:

ـ بحث شما برسرمفهوم کلمات است . در چنین مواقعی باید ازاینجا شروع کردکه صحبت برسرچیست ؟ باید ازمعنای کلمات شروع کرد . ببینیم «چرخیدن به دور یك‌چیز» به‌معنای چیست ؟ این مفهوم را به دوطریق می‌توان تعریف کرد. اولا می‌توان بااین مفهوم، حرکت‌روی‌منحنی‌مسدودی‌رادرنظر گرفت که شیئی موردنظر درداخل‌آن قرارگرفته باشد . این‌یك‌مفهوم «چرخیدن به دوریك‌چیز» است . امامفهوم دوم‌آن‌این است‌که نسبت‌به‌یك‌شیئی چنان حرکت‌کنیم‌که بتوانیم آن‌را ازهمه طرف ببینیم . بامفهوم اول می‌توان گفت که‌شماچهار مرتبه سنجاب را دورزده اید . واگرتعریف دوم راقبول‌کنیم، بایدنتیجه‌گرفت‌که شما حتی یك‌بارهم سنجاب را دورنزده‌اید. همان‌طورکه می‌بینید لازم نیست‌که اگردونفر حتی بایك زبان صحبت کنند ، مفهوم برای هردو طرف یك‌جور فهمیده شود .

ـ بسیارعالی بود .می‌توان‌قبول‌کرد که برای چرخیدن دومفهوم وجود دارد ، ولی‌کدامیك صحیح است؟

ـ به این ترتیب نمی‌توان سؤال را مطرح‌کرد . می‌توان هرکدام راکه میل شماست انتخاب‌کرد . ولی می‌توان پرسید که‌کدام تعریف عمومی‌تراست‌وشمول بیشتری دارد؟ به‌نظرشخص من تعریف اول بهتر روح‌مطلب‌رابیان می‌کند . زیراهمان‌طور که‌می‌دانید، خورشید در۲۶ شبانه روز یك دورکامل دور محور خود می‌چرخد ...

ـ خورشید دورخودش می‌چرخد؟

ـ البته ، همان‌طورکه‌زمین دورخودش می‌چرخد . حالا فرض‌کنیدکه اگر خورشید حرکت دورانی‌کندتری داشت و به جای ۲۶ شبانه روز در $۳۶۵\frac{۱}{۴}$ شبانه روز، یعنی یك سال دور خودش می‌چرخید ، در این صورت همیشه یك طرف خورشید به سمت زمین متوجه‌بود وبه‌عبارت دیگر، ما « پشت» خورشید را

هرگز نمی‌دیدیم . ولی آیا ازاین مطلب کسی این نتیجه رامی گرفت که زمین به دور خورشید نمی گردد.

- خوب حالا روشن‌شد که من هم دورسنجاب چرخیده‌ام.

یکی ازحاضران پیشنهادکرد :

- بهتراست‌صحبتهای امشب خودرا به‌همین‌زمینه‌ها اختصاص دهیم، یعنی هریك ازما معمائی‌راکه‌شنیده یاطرح کرده‌است بگوید ودربارهٔ آن فکرکنیم تاجواب‌آن‌را به دست‌آوریم . ضمناً آقای استاد نیز قاضی جلسه خواهندبود.

یکی ازحاضران گفت :

- اگرمطالب به جبر یا هندسه مربوط باشند ، بنده را معاف کنید .

یکی دیگر گفت:

- من‌هم همین‌طور.

- نه ! نه! همهٔ باید شرکت‌کنند ! ولی ازهمهٔ حاضران خواهش می‌کنیم که مسائلی دربارهٔ‌جبر ویاهندسه طرح نکنند، مگرآنچه که مربوط به مقدمات کار باشد . خوب ، اعتراضی نیست ؟

- دراین صورت‌من‌آماده‌ام که‌نخستین‌معماراطرح کنم .

ازهمه طرف بانك برآمد:

- موافقیم ، شروع کنید .

***

۲ ـ در آشپزخانهٔ مشترك ـ معمای من مربوط به زندگی مشترك در یك ساختمان است و بنابراین مسئلهٔ زنده و جالبی است .

یکی ازمستأجران که مابرای سهولت اورا «خانم سه‌شعله» می‌نامیم دراجاق مشترك،سه قطعه چوب می گذارد. مستأجردوم (که او را «خانم پنج‌شعله» می نامیم) ۵ قطعه چوب به اجاق اضافه می‌کند. ولی مستأجر سوم (آقای بی شعله)،همان‌طور که از نامگذاری ماپیداست، چوبی به اجاق اضافه نمی کند واز همسایگانش‌اجازه‌می گیرد که‌ناهارخودراروی‌آتشی که‌آنها مشترکا تهیه کرده‌اند درست کند.

آقای بی‌شعله به ازاء استفاده‌از اجاق ۸ریال به‌همسایگان خود پرداخت ، حالا می‌خواهیم به‌بینیم که‌این پول به‌چه‌ترتیب باید بین دوهمسایه تقسیم شود ؟

یکی ازحاضران گفت:

- به‌طور متساوی ، برای اینکه ازآتشی که دوهمسایه درست‌کرده بودند ، به‌طور متساوی استفاده کرده است.

دیگری گفت:

- نه اشتباه می‌کنید ، باید به نسبت هیزمی که در اجاق گذاشته‌اند تقسیم شود : آن‌که سه قطعه چوب گذاشته۳ ریال و آنکه ۵ قطعه چوب گذاشته ۵ ریال بگیرد . فقط دراین‌صورت است که تقسیم ، عادلانه خواهدبود.

کسی که معماراطرح کرده بود واکنون دیگررئیس جلسه حساب می‌شد رشتهٔ‌کلام را به دست گرفت :

- راه حل‌نهائی معما بعداً اعلام خواهدشد . بگذاریدهمه روی‌آن فکر کنند. جوابهای درست‌را هنگام شام طرح‌خواهیم کرد . حالا نفربعدی شروع کند.

***

۳ ـ کارانجمنهای مدرسه ـ در مدرسهٔ ما ۵ انجمن وجود دارد : انجمن ادبی ، علمی ، عکاسی، شطرنج ،موسیقی. انجمن ادبی یك روز درمیان تشکیل می شود ، انجمن علمی دو روز درمیان (سه‌روز یك‌بار) ،انجمن‌عکاسی‌هرچهار روزیك‌بار، انجمن شطرنج هر ۵ روز و انجمن موسیقی هر۶ روزیك بار. روزاول مهرهر۵ انجمن درمدرسه جمع شدند وازآن به‌بعدطبق برنامه‌ای‌که داشتند مرتباً وبدون تعطیل جلسات خودرا تشکیل دادند . حالا این سؤال را مطرح‌می‌کنیم‌که در فصل پائیز چند روز وجود داردکه هر۵ انجمن درمدرسه تشکیل جلسه‌داده‌اند.

استاد گفت:

- اجازه بدهیدکه به سؤال شما، سؤال دیگری‌هم اضافه کنیم . درهمین‌فصل‌سال چند روزوجوددارد که هیچیك ازانجمنها درمدرسه تشکیل جلسه نداده‌اند ؟

یکی گفت :

-آهان فهمیدم ! مسئله‌ساده است دیگرهرگزهر۵انجمن باهم‌تشکیل نخواهدشد وهیچ‌روزی‌هم‌مدرسه‌بدون انجمن‌نخواهد بود . این واضح است .

- برای چه ؟

- دلیل نمی‌توانم بیاورم ولی احساس می‌کنم که‌آنچه گفتم درست است.

- ولی این کافی نیست . هنگام شام معلوم خواهد شد که آیا احساس شما درست است یانه ؟ اکنون نوبت‌شمااست ، دوست‌عزیز !

***

۴ ـ پدر بزرك و نوه ـ آنچه را که من می‌خواهم حکایت‌کنم درسال ۱۹۳۲ اتفاق افتاده‌است ، درآن‌سال ،سن‌من برابر بادورقم سمت راست سال تولدم بود . ولی وقتی که من این مطلب‌رابرای پدربزرگم می گفتم ،اودرمیان‌تعجب‌فوق‌العادهٔ من گفت:سن من‌هم برابراست‌بادورقم سمت راست سال تولدم . به نظرمن رسید که این غیرممکن است...

- مگرحالا غیرممکن نیست ؟

- این‌طور فرض کنید که کاملا ممکن‌است و ببینیدهر کدام ازمادرسال ۱۹۳۲ چندسال داشته‌ایم ؟

***

۵ - بلیطهای راه‌آهن - یکی دیگر از مدعوین‌حاضر درجلسه چنین شروع کرد :

- من دریکی ازباجه های‌فروش‌بلیط راه‌آهن کارمی کنم. به نظر بسیاری ازافراد، فروش بلیط‌کاربسیار ساده‌ای است وبه نظرشان نمی‌رسدکه حتی دریك ایستگاه‌کوچك چه تعدادزیادی بلیط فروخته می‌شود . درحقیقت بایدآن‌قدر بلیط متنوع داشت تامسافران بتوانند ازایستگاهی‌که هستندبرای هرایستگاه مورد نظر خوددر مسیر راه‌آهن (به‌هردوطرف) بلیط تهیه کنند. من درخطی از راه‌آهن کارمی کنم‌که ۲۵ ایستگاه دارد، به‌نظرشما چندنوع بلیط راه‌آهن باید برای همهٔ باجه ها تهیه شود؟

- حالا نوبت دوست‌ما خلبان است.

***

۶ - پرواز هواپیما - هواپیمائی ازفرودگاه مهرآباد مستقیماً به سمت‌شمال پروازکرد، ۵۰۰ کیلومتر به طرف شمال پیش‌رفت وبه‌طرف‌مشرق پیچید. دراین‌سمت‌هم ۵۰۰ کیلومتر پرواز کرد وسپس به‌طرف جنوب پیچید، وبعد ازآنکه ۵۰۰ کیلومتر درسمت جنوب پیش‌رفت به طرف مغرب برگشت وبازهم ۵۰۰ کیلومتر جلورفت وآنگاه به‌زمین نشست.

سؤال این است که این هواپیما نسبت به مهرآبادکجا به زمین نشسته است : طرف مغرب ، مشرق ، شمال یاجنوب؟

یکی از حاضران گفت:

- مثل اینکه ماراساده حساب‌می‌کنی ! ۵۰۰ قدم به‌جلو بردار ، بعد ۵۰۰ قدم به سمت‌راست‌برو ، بعد۵۰۰ قدم‌به‌عقب و۵۰۰ قدم به‌طرف چپ، به‌کجا می‌رسی ؟ واضح‌است‌که به‌همان جاکه حرکت‌کرده بودی؟

- به این ترتیب به‌نظر شما هواپیما کجا به زمین نشسته است ؟

- درهمان فرودگاه مهرآباد ، یعنی همان‌جاکه پروازرا شروع‌کرده بود . مگر این‌طور نیست ؟

- مسلماً این‌طور نیست.

- دراین‌صورت من دیگرهیچ نمی‌فهمم !

نفرپهلوئی گفت:

- من گمان‌می‌کنم که‌مطلبی را درست نفهمیده باشیم .واقعاً هواپیما درمهرآباد به‌زمین ننشسته است ؟

پس اگرممکن است یك‌بار دیگر مسئله را شرح‌دهید .

خلبان باکمال میل قبول‌کرد وهمه بادقت برای بار دوم به حرفهای اوگوش‌دادند .

رئیس جلسه گفت :

- خوب ، می‌توانیم تاموقع شام دربارهٔ این مسئله فکر کنیم وحالا بهتراست‌که طرح سؤالات را ادامه بدهیم .

***

۷ - سایه - کسی که‌خودش‌را برای‌طرح معماآماده‌کرده بودگفت :

- اجازه بدهید من‌هم موضوع معمای خود را همان‌هواپیما انتخاب کنم . سؤال من این است‌که‌آیا هواپیما بزرگتر است یاسایهٔ‌کامل‌آن ؟

- تمام معمای شما همین است ؟

-همین.

- البته که سایهٔ هواپیما بزرگتر است . مگرنه این‌است که اشعهٔ خورشید مثل پره‌های بادبزن به طور مخروطی از هم دور می‌شوند .

یکی دیگر ازحاضران گفت:

- من می‌گویم که درست برعکس است . اشعهٔ خورشید موازیند وبنابراین هواپیما وسایهٔ او باهم برابرمی‌شوند.

- چه می‌گوئی؟ مگر برای‌شمااتفاق‌نیفتاده است‌که‌ببینید که وقتی‌که خورشید پشت یك‌قطعه ابر پنهان شده است ، اشعهٔ آن ازاطراف ابر ازهم دورمی‌شوند ؟ سایهٔ هواپیما باید خیلی بزرگتراز خودهواپیما باشد ، همان‌طورکه سایهٔ ابرهم از خود ابر خیلی بزرگتر است.

- اصلا برای چه همیشه این طور فرض می‌کنندکه اشعهٔ خورشید باهم موازیند ؟ ملاحان ومنجمان همه این طور فکر می‌کنند ...

رئیس‌جلسه اجازهٔ ادامه بحث‌را نداد ورشته سخن‌رابه‌نفر بعدداد .

***

۸ - مسئله ای درباره چوب‌کبریتها - کسی که نوبت طرح سؤال بااو بود ، قوطی کبریتی رابرداشت و تمام کبریتهای‌آن‌را روی‌میزخالی‌کرد وسپس‌آنهارابه‌سه دسته تقسیم کرد .

صدائی بلندشدکه:

- شما می‌خواهیدآتش درست‌کنید ؟

- نه ! معمای من مربوط به‌این کبریتهااست. تعدادکبریتها

دراین سه دسته مساوی نیست . روی‌هم ۴۸ عددهستند . ولی‌من به‌شما می‌گویم که درهر کدام چند عدد کبریت وجود دارد ؟ به توضیحات زیرردقت کنید :

اگرازکبریتهای دسته اول به همان تعدادکه دردستهٔدوم است برداشته وبه دستهٔ دوم اضافه‌کنم، سپس ازدستهٔ دوم هم به همان اندازه‌که دردستهٔ سوم‌کبریت وجوددارد برداشته وبه‌دستهٔ سوم اضافه‌کنم وبالاخره ازدستهٔ سوم هم به‌اندازهٔ آنچه دردسته اول‌باقی مانده، برداشته وبه دستهٔ اول اضافه‌کنم ، تعداد هرسه دسته مساوی خواهد شد . حالا بگوئیدکه درهردسته چندکبریت وجوددارد ؟

***

۹ ـ درخت اسرارآمیز ـ این معمارا مدتها پیش یك دهقان علاقمند به‌ریاضی برای من‌شرح داده‌است .این‌یك‌داستان کامل وبامزه است .

دهقانی دریك جنگل به یك‌پیرمرد ناآشنابرخوردکرد. باهم به گفتگو پرداختند. پیرمرد بادقت دهقان را برانداز کرده وگفت:

ـ من درجنگل‌کنده درختی رادیده‌ام‌که فوق‌العاده‌عجیب است . این‌کنده درخت می‌تواندکمك بزرگی برای‌فقراباشد.

ـ چه‌کمکی می‌کند ، مریضهارا شفا می‌دهد ؟

ـ نه ! به‌مریضهاکاری‌ندارد ، بلکه پول‌هرکس‌رادوبرابر می‌کند . کیف پول خودرا پهلوی‌آن قرار می‌دهی. بعدتا ۱۰۰ می‌شماری .آن‌وقت پولی که‌درکیف توبوده است‌دوبرابرمی‌شود. این خاصیت‌کندهٔ درخت است.

دهقان بااشتیاق پرسید:

ـآیامن هم می‌توانم امتحان‌کنم ؟

ـ البته‌که می‌توانی ! فقط باید دستمزدی بپردازی.

ـ به‌چه‌کسی باید دستمزدرا پرداخت ؟ خیلی زیاداست؟

ـ بایدبه‌کسی‌بپردازی‌که راه را به تونشان می‌دهد ،یعنی به من . اما دربارهٔ مبلغ‌آن می‌توانیم‌باهم‌کناربیائیم.

چانه زدن شروع شد . وقتی پیرمرد متوجه شدکه‌دهقان پول زیادی ندارد، موافقت‌کردکه پس‌ازهربارکه‌پول‌اودوبرابر می‌شود ۱۲۰ ریال بپردازد .

پیرمرد، دهقان رابه‌عمق جنگل برد ، مدتی‌به‌این‌طرف و آن‌طرف رفتند و بالاخره پهلوی‌کندهٔ بزرگی که باقیماندهٔ یك درخت سروکهنسال بود توقف‌کردند . پیرمردکیف دهقان را ازدست اوگرفت وآن را زیر خزه‌هائی که اطراف کنده را پوشانده بودپنهان‌کرد. تا ۱۰۰ شمرد ، پیرمرد دوباره به‌طرف کندهٔ درخت‌رفت ، دست‌خودرا زیر خزه‌ها کرد و مدتی معطل ماند . بعدکیف رابیرون‌آورد وبه دست دهقان داد .

دهقان کیف‌را بازکرد ودیدکه واقعاً پولها دوبرابرشده است ! ۱۲۰ ریال‌ازپولها رابه‌پیرمرد‌داد وازاوخواهش‌کردکه بقیه را دوباره پهلوی‌کندهٔ پربرکت درخت‌پنهان‌نماید .

دوباره تا ۱۰۰شمردند . پیرمرد بازهم‌مدتی خودرا کنار کندهٔ درخت معطل‌کردوسپس کیف‌را بیرون‌آورد.پولها دوبرابر شده بود ودرنتیجه‌پیرمرد برای مرتبهٔ دوم ۱۲۰ ریال ازدهقان گرفت .

کیف را برای بارسوم پهلوی‌کندهٔ درخت قراردادند . پولها این مرتبه‌هم دوبرابر شد ، ولی وقتی که دهقان دستمزد قراردادی ، یعنی ۱۲۰ ریال‌را به‌پیرمرد دادحتی یك ریال‌هم در کیف باقی نمانده بود . بیچاره دهقان دراین ماجرا تمام پول خود را از دست داده بودودیگر پولی‌نداشت‌که‌آن را دوبرابر کند .

دهقان غمزده وناراحت جنگل‌راترك گفت.

البته راز دوبرابر شدن پولها برشما پوشیده نیست.وقتی که پیرمردکنارکندهٔ درخت معطل می‌شد، مسئله دوبرابر شدن پولهارا حل‌می‌کرد. ولی‌آیا شما می توانید جواب سؤال دیگر رابدهید .

وقتی که هنوز ازکندهٔ درخت سروکمك نگرفته بودند دهقان چقدر پول داشت ؟

***

صحبت‌که به اینجارسید شام حاضرشده‌بود . یکی گفت‌که شام را بخوریم وبعد به حل این معماهای جالب بپردازیم. همه قبول‌کردند.ولی‌شام‌که صرف شد، استاد پیشنهادکردکه‌بهتراست معماهارا بگذاریم برای جلسهٔ بعدمهمانی تاهمه دربارهٔآن فکر کنند . درآن‌موقع آگاهی به‌راه حل این معماها جالبترخواهد بود . این‌پیشنهاد مورد قبول قرارگرفت وقرارشد که همه در این باره فکرکنند وسعی‌کنندکه معماهارا حل‌کنند.

***

یك محاسبهٔ ساده دربارهٔ سرعت انتشار شایعه

گاهی اوقات یك شایعه به سرعتی انتشار می یابد که باور نکردنی است . از مطلبی که فقط یك نفر اطلاع داشته است در کمتر ازیکی دوساعت همهٔ اهالی یك شهر مطلع می‌شوند .

این سرعت خارق‌العاده به قدری ازحد متعارف خارج است که جنبهٔ اسرارآمیز به خود می گیرد . آیاواقعاً موضوع این چنین اسرارآمیزاست ؟

اجازه بدهید برای موشکافی موضوع ازاعداد واعمال کمك بگیریم و تاریکیهای آن را چون روز روشن کنیم تا معلوم شود که مطلب آنقدرها هم اسرارآمیز نیست .

- فرض کنید که مسافری وارد شهری می‌شود که درآن شهر به غیراز بچه‌ها ۵۰،۰۰۰ نفر انسان که سنشان از پانزده سال به بالااست زندگی می کنند . این مسافرساعت ۸صبح وارداین شهرمی‌شود. اومطلبی را می‌داند که‌هیچیك ازاهالی شهر ازآن اطلاع ندارند . درمحلی که بیتوته می کند، این مطلب ازدهان مسافربه گوش ۳ نفر ازاهالی شهر می‌رسد . بازفرض کنید که جریان نقل موضوع به‌آن سه‌نفربیش از۱۵دقیقه طول نکشد .

به این ترتیب درساعت ۸وربع صبح موضوع را ٤نفرمی‌دانند . اووسه نفر از اهالی شهر. بگیریم که هریك ازاین سه نفرازاهالی شهر درعرض پانزده دقیقه موضوع را به سه‌نفردیگر بگویند . بنابراین در انقضای پانزده دقیقهٔ دوم سیزده نفرند که ازجریان با خبرند : ۱۳ = (۳×۳)+٤

بازهریك از۹نفردوم به همین ترتیب سه نفرازاهالی شهررا ازخبرمورد بحث آگاه می‌سازند . پس در ساعت ۸وسه ربع صبح ٤۰=(۹×۳)+۱۳ نفرند که درشهرازموضوع باخبرند .

اگرشایعه به همین ترتیب به پخش‌شدنش ادامه دهد ، یعنی هرنفری که از موضوع با خبرمی‌شود ، درعرض پانزده دقیقه‌آن را به سه نفردیگر گزارش دهد ، نتیجه به شرح زیرخواهد بود :

درساعت ۹ خبررا	۱۲۱=(۳×۲۷)+٤۰	نفر خواهند دانست
« ۹وربع «	۳٦٤=(۳×۸۱)+۱۲۱	« « «
« ۹ ونیم «	۱۰۹۳=(۳×۲٤۳)+۳٦٤	« « «

به عبارت دیگر، پس ازیك ساعت ونیم ، شایعه به گوش تقریباً ۱۱۰۰نفررسیده است . تا اینجابه نظر می آید که برای یك شهر ۵۰،۰۰۰ نفری این سرعت پخش زیاد نیست و شاید شما تصور کنید که با این سرعت مدت زیادی طول خواهد کشید که تمام اهالی ازموضوع آگاهی پیدا کنند . درقضاوت عجله نکنید واجازه بدهید که شایعه باهمین سرعت به پخش شدن خود ادامه دهد :

درساعت ۹وسه‌ربع خبررا ۱۰۹۳+(۳×۷۲۹)=۳۲۸۰ نفر خواهند دانست

« ۱۰ « « ۳۲۸۰+(۳×۲،۱۸۷)=۹۸۴۱ « «

در پانزده دقیقه بعد ، یعنی تا ساعت ۱۰ وربع خبر به اطلاع

۹۸۴۱+(۳×۶۵۶۱)=۲۹۵۲۴

نفررسیده است . واین یعنی آن که دریك‌شهرپنجاه‌هزارنفری . خبری را که درساعت ۸صبح فقط یك‌نفر می‌دانسته‌است تا قبل ازساعت ده ونیم صبح همان روزهمهٔ اهالی شهرخواهند دانست ، باتوجه به اینکه این خبرنه در مطبوعات چاپ شده نه دررادیو گفته شده است .

حال اگراهالی شهر آنقدرها سرنگهدارنباشند (!!) وهریك موضوع رابه ۵ نفربگوید. جریان پخش خبر و اطلاع اهالی ازآن چنین است :

درساعت ۸ صبح	۱	نفر
« ۸ وربع	۱+۵	۶ «
« ۸ ونیم	۶+(۵×۵)	۳۱ «
« ۸وسه‌ربع	۳۱+(۲۵×۵)	۱۵۶ «
« ۹ صبح	۱۵۶+(۱۲۵×۵)	۷۸۱ «
« ۹ وربع	۷۸۱+(۶۲۵×۵)	۳۹۰۶ «
« ۹ ونیم	۳۹۰۶+(۳۱۲۵×۵)	۱۹۵۳۱ «

یعنی درساعت ۹وسه ربع ، هریك ازپنجاه هزارنفرساکنان این شهرمطلبی را می‌دانند که به خیال خود فقط هفت نفراز آن مطلعند : آنکه خبررا گفته است ، خود شخص ، پنج نفری که به وسیلهٔ اوخبربه آنها منتقل شده‌است .

حال اگراهالی شهر، همه از جنس اناث‌باشند ، یعنی توانایی پرگوئی ساکنان آنجا باشد ، شایعه ازاین هم سریعتر پخش می‌شود . با تخفیف بگیریم که یك نفر درعرض پانزده دقیقه خبررا به ده نفر بگوید . بدین ترتیب جریان پخش شایعه وتعداد مطلعان چنین خواهد بود :

درساعت ۸ صبح	۱	نفر
« ۸ وربع	۱+۱۰	۱۱ «
« ۸ونیم	۱۱+۱۰۰	۱۱۱ «
« ۸وسه‌ربع	۱۱۱+۱۰۰۰	۱۱۱۱ «
« ۹ صبح	۱۱۱۱+۱۰۰۰۰	۱۱۱۱۱ «

واضح است که عدد بعدی ۱۱۱،۱۱۱ خواهد بود . واین‌نشان می‌دهد که دراین شهرپنجاه هزارنفری، که همهٔ اهالی‌سینهٔ خودرا صندوقچهٔ اسرار می‌دانند، خبری را که ساعت۸صبح فقط یك‌نفرمی‌دانسته است، درساعت ۹صبح ، آری فقط درعرض ۱ساعت، همهٔ اهالی شهرمی‌دانند .

دانستنیهایی در بارهٔ اعداد اول
و
حکم ثابت نشدهٔ گلدباخ

ترجمهٔ محمد شریف‌زاده

مشکلترین مسائل ریاضی غالباً آنهایی هستندکه بیانشان تااندازه‌ای آسان است. اغلب این مسائل بسیارمشهورند وباوجود کوششهای زیاد ریاضیدانان هنوز لاینحل مانده‌اند . پاره‌ای از این مسائل در مورد اعداد اول است . اعداد اول از قدیم مورد توجه ریاضیدانان بوده‌اند . مطالعهٔ این اعداد سؤالها و مسائل مبهم و مشکلی را پیش آوردکه جواب دادن به آنها استادی و مهارت خارق‌العاده‌ای را لازم داشت .

شاید نخستین سؤال مهمی که درمورد اعداد اول پیش‌آمد این بودکه چند عدد اول وجود دارد ؟ به این سؤال اقلیدس در سیصد سال پیش از میلاد مسیح ، پیش از همه ، پاسخ داد و ثابت‌کردکه تعداداعداد اول بینهایت است. روش اثبات اقلیدس براین مبتنی بودکه هیچ عدد اولی نیست‌که بتوان آن را بزرگترین عدد اول فرض‌کرد، چه دراین صورت ناچاریم که وجود عدد اول‌بزرگتر ازآن رانیز قبول‌کنیم. این روش جالب اثبات اقلیدس همان است‌که این روز ها در اغلب از کتابهای نظریهٔ اعداد دیده می‌شود (۱) . اقلیدس درواقع نشان داد که فرض وجود آخرین یا بزرگترین عدد اول ما را به یك تناقض می‌کشاند. این روش اثبات رادر ریاضیات **تبدیل به محال** نامیده‌اند و روش ارزنده‌ای به‌شمار می‌آید .

در زیر ۵۰ عدد اول اولیه دیده می‌شوند :

۲ ، ۳ ، ۷ ، ۱۱ ، ۱۳ ، ۱۷ ، ۱۹ ، ۲۳ ، ۲۹ ، ۳۱ ، ۳۷ ، ۴۱ ، ۴۳
۴۷ ، ۵۳ ، ۵۹ ، ۶۱ ، ۶۷ ، ۷۱ ، ۷۳ ، ۷۹ ، ۸۳ ، ۸۹ ، ۹۷ ، ۱۰۱ ، ۱۰۳
۱۰۷ ، ۱۰۹ ، ۱۱۳ ، ۱۲۷ ، ۱۳۱ ، ۱۳۷ ، ۱۳۹ ، ۱۴۹ ، ۱۵۱ ، ۱۵۷
۱۶۳ ، ۱۶۷ ، ۱۷۳ ، ۱۷۹ ، ۱۸۱ ، ۱۹۱ ، ۱۹۳ ، ۱۹۷ ، ۱۹۹ ، ۲۱۱
۲۲۳ ، ۲۲۷ ، ۲۲۹

مطالعهٔ این اعداد راز جالبی را برما مکشوف می دارد وآن وجوداعداد اولی‌است‌که اختلافشان مساوی۲ است ، **اعداد اول دوقلو.**

در حقیقت وجود ۱۶ جفت از اعداد اول دوقلو مثل ۱۷ و ۱۹ یا ۴۱ و ۴۳ را در ۵۰ عدد اول اولیه می‌توان مشاهده‌کرد . این مشاهده سؤالی پیش می‌آوردکه آیا « تعداد اعداد اول دوقلو نامحدود است ؟

به تجربه معلوم شده است‌که واقعاً حدی برای اعداداول دوقلو وجود ندارد . مثلا معلوم شده است‌که بین :

۱،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰ و ۹۹۹،۹۹۹ ، ۹۹۰ ، ۰۰۰

پانزده‌جفت عدداول‌دوقلووجود دارد . که بزرگترین جفت‌آنها ۹۹۹،۹۹۹،۹۵۹ و ۹۹۹،۹۹۹،۹۶۱ می باشد.

وهمچنین بین :

۱،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰،۰۰۰ و ۰۰۰ ، ۰۱۰ ، ۰۰۰ ، ۱

بیست جفت عدد اول دوقلو وجود دارد . به هرحال هنوزکسی موفق به اثبات این مسئله نشده است‌که اعداد اول‌دوقلوپایان پذیرند یا نه . چنین به‌نظرمی‌رسدکه تابه حال نیزپیشرفت‌قابل ملاحظه ای برای حل این مسئله نشده باشد .

مطالعه اعداد اول یك مسئله مهم و حل نشده دیگری از ریاضیات را به میان‌کشید :

مشاهده‌کنیدکه هرعدد دلخواه زوج رامی‌توان به‌صورت

---

۱ ــ درکتاب حساب استدلالی سال ششم رشتهٔ ریاضی ، نامحدود بودن تعداد اعداد اول ازهمین راه اقلیدس ثابت شده است (یکان)

مجموع دوعدد اول نمایش داد ، مثلا :

۷۱+۲۹=۱۰۰ و ۱۹+۱۳=۳۲ و ۱۱+۷=۱۸

این حقیقت نخستین باربه‌وسیلهٔ یك ریاضیدان‌روسی به‌نام **گلد باخ** مورد توجه قرارگرفت . گلد باخ حدس زدکه این قاعده عمومیت دارد، یعنی هر عدد زوج دلخواهی راکه درنظر بگیریم، مساوی مجموع دوعدد اول می‌باشد . گلد باخ پس از کوششهای زیادکه برای اثبات این حکم‌کرد ، عاقبت اعتراف نمودکه نه قادربه اثبات آن ونه قادر به اثبات عدم صحت آن است وحتی‌دراین موردازریاضیدان بی‌نظیرسویسی **لئوناردداولر** تقاضای‌کمك‌کرد . باید اشاره شودکه عدم صحت حکم گلدباخ درصورتی‌که فقط یك عددزوج پیداشودکه‌مساوی مجموع دوعدد اول نباشد به ثبوت می‌رسد .

گرچه حدس گلدباخ فقط برای تمام اعداد زوج تا ۱۰۰،۰۰۰ امتحان گردیده است ولی قراین قابل ملاحظه ای برای قبول‌آن وجوددارد . تاسال ۱۹۳۱ میلادی که‌ریاضیدانی جوان‌وگمنامی‌ازروسیه‌به‌نام**شنیرلمان** (Schnirelmann) (۱۹۳۸ - ۱۹۰۵) ثابت‌کردکه هرعدد زوجی رانمی‌توان به مجموع بیشتراز ۳۰۰،۰۰۰ عدداول تبدیل‌کرد ، پیشرفت‌قابل ملاحظه‌ای دراثبات حدس گلدباخ نشده بود .

حقیقت دیگری‌دربارهٔ اعداد اول درسال ۱۹۳۷ به‌وسیلهٔ یك ریاضیدان روسی به‌نام **وینوگرادف** ثابت شدوآن این بود که هرعدد زوجی ، بزرگترازحدی معین ، مجموع حداکثر چهارعدد اول است وبدین وسیله فاصلهٔ زیاد بین دوعدد اول و سیصد هزارعدد اول راخیلی‌کم‌کرد . امامتأسفانه وینوگرادف نتوانست این حد معین رامعلوم سازد .

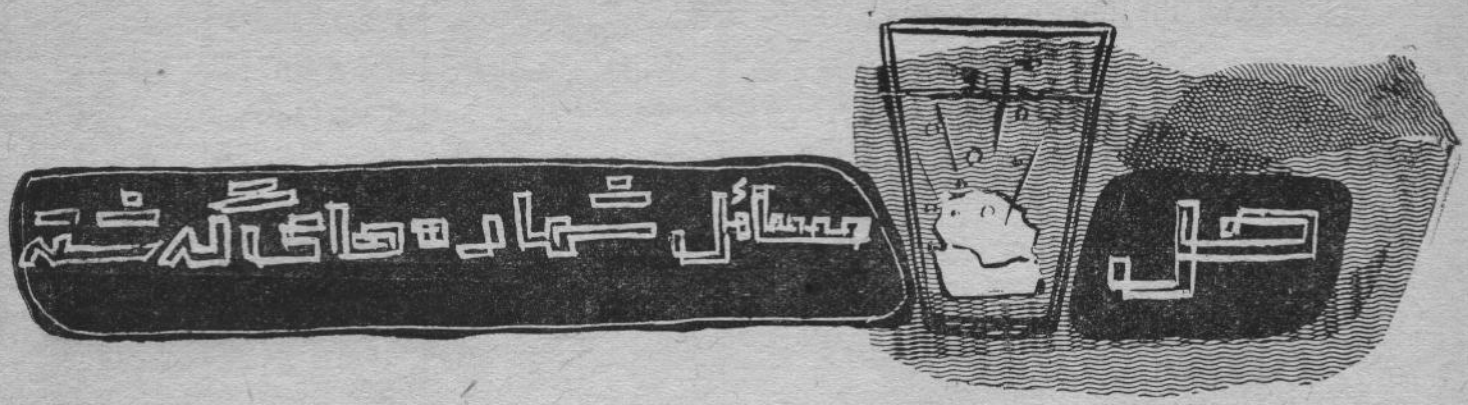
حتی امروزکه شما این مقاله رامی‌خوانید ، ریاضیدانان سرتاسردنیا مشغول جستجوی راه حلی‌برای حدس گلدباخ‌هستند وگرچه تاکنون پیشرفتهایی در این باره شده است ولی هنوز کسی موفق به اثبات آن یا اثبات عدم آن نشده است .

بی‌آنکه عصبانی شوید این مسئله را حل کنید

آقای بشردوست ملیونر به دهی‌که درآنجامتولد شده بود رفت . فردای روزی که به ده وارد شده بود همهٔ پسران ودختران دهکده راجمع‌کرد وبه هردختر ۶ تومان وبه هرپسر ۱۰ تومان داد . همهٔ دخترهاپول راگرفتند،اما ۴۰٪ ازپسرهابه علتی‌ازدریافت پول‌استنکاف‌کردند. درصورتی‌که‌مجموع پسران ودختران آن دهکده ۲۲۴۰ نفر باشد ، آقای بشردوست چندتومان صرف این اقدام خیرخواهانه خود کرده است ؟

پاسخ مسئلهٔ شمارهٔ گذشته زیرهمین عنوان

مسافرباید یکی‌ازدوراه رانشان دهد وچنین سؤال‌کند : «اگرازشماسؤال‌می‌کردم‌که کدام راه به دهکده می‌رود می‌گفتید که این راه ؟ » بااین سؤال اگرآن راه به دهکده برود ، راستگوودروغگو باید جواب دهند آری ؛ واگرآن راه‌که مسافرنشان می‌دهد به دهکده نرود ، هردو باید جواب دهند نه . وبه این ترتیب مسافرراه صحیح راخواهد یافت . بازهم دربارهٔ این مسئلهٔ منطق وپاسخ‌آن فکرکنیدتاموضوع برای شماروشنتر گردد.



حل مسئله‌های شمارهٔ ۹

کلاس چهارم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۰۳ـ رابطهٔ داده شده بعد از انجام عمل طرفین ووسطین واختصار به صورت زیر نوشته خواهد شد

$$(a^2-b^2)(cd-1)=0$$

وچون حاصل ضرب دو عامل برابر باصفر است پس یکی ازدو عامل برابر با صفر خواهد بود .

یا $a^2-b^2=0 \rightarrow a^2=b^2 \rightarrow |a|=|b|$

یا $cd-1=0 \rightarrow cd=1$

پاسخ‌های درست رسیده از : درخشنده شمس العباد کرمان ـ هوشنگ شهرباری ، چهارم ریاضی کرمان ـ ولی هرندی، یزد ـ سید رضا کافی پنجم ریاضی یزد ـ حجت‌الله رفعتی پنجم ریاضی تویسرکانی ـ سعید باغبانیان تهران ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ احمد مشرفی چهارم ریاضی دبیرستان هدایت سنندج ـ عبدالرضا حبیبی مقدم چهارم طبیعی لاهیجان ـ علی صحرانورد پنجم ریاضی دبیرستان محمد قزوینی ـ هاشم اخوان مشائی .

حل مسئلهٔ ۱۶۰۴ ـ اولاً مقدار $y^2=6$ به دست می‌آید .

ثانیاً با توجه به پاسخ اولا، مقدار کسر داده شد برابر خواهد بود با $\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$ ویس از گویا کردن مخرج برابر خواهد شد با $5+2\sqrt{6}$

پاسخ‌های درست رسیده از: حسین جعفری چهارم ریاضی دبیرستان پهلوی گلپایگان ـ هاشم اخوان مشائی .

پاسخ‌های رسیدهٔ نا درست از : عبدالرضا حبیبی ـ عبدالرحمن چگنی‌زاده ـ ولی هرندی ـ سیدرضا کافی ـ حجت‌الله رفعتی ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ احمد مشرفی .

حل مسئلهٔ ۱۶۰۵ـ مقدار کسر طرف اول تساوی درازاء $x=2+\sqrt{2}$ پس از اختصار برابر خواهد شد با

$$\frac{12+11\sqrt{2}}{11+6\sqrt{2}}=\frac{(12+11\sqrt{2})(11-6\sqrt{2})}{(11+6\sqrt{2})(11-6\sqrt{2})}$$

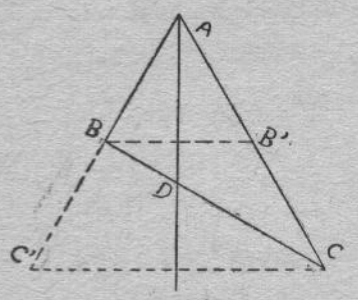
$$=\frac{49\sqrt{2}}{49}=\sqrt{2}$$

پاسخ های درست رسیده : احمد مشرفی ـ حسین نادمپور ـ حجت‌الله رفعتی ـ هوشنگ شهریاری ـ درخشنده شمس‌العباد ـ عبدالرضا حبیبی مقدم ـ حسین جعفری گلپایگانی ـ سعید باغبانیان ـ سیدرضا کافی ـ هاشم اخوان مشائی .

حل مسئلهٔ ۱۶۰۶ـ اولاً $AB'=AB$ و $AC'=AC$

چون دو بدو قرینهٔ محوری یکدیگرند بنابراین

$$BC'=B'C=AC-AB$$



ثانیاً وقتی که اندازهٔ زاویهٔ A برابر ۶۰ درجه باشد چون $AC=AC'$ است مثلث ACC' متساوی الاضلاع بوده واندازهٔ زاویهٔ C برابر با ۶۰ درجه است . ازطرف دیگر در مثلث ABC داریم

$$\widehat{ACB}=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ \rightarrow \widehat{ACB}=\frac{1}{2}\widehat{ACC'}$$

یعنی CB نیمساز زاویهٔ C از مثلث ACC' می‌باشد و چون AD نیمساز زاویهٔ A از همین مثلث است پس D نقطهٔ تلاقی نیمساز های داخلی مثلث می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده : احمد مشرفی ـ هاشم اخوان مشائی ـ سیدرضا کافی ـ علی‌اکبر قولیج پنجم ریاضی دبیرستان قناد بابل ـ حسین نادمپور.

کلاس چهارم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۰۷ـ مقدارکسر را x فرض می‌کنیم ، مجذورکسر پس‌از اختصار برابر خواهد شد با :

$$x^2=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}+2}{\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}-2}$$

کسر قسمت ثانیاً ازمسئلهٔ ۱۶۰۴ به دست می‌آید که‌چون مانند راه حل مسئلهٔ مزبور عمل کنیم نتیجه خواهد شد

$$x^2=\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}=\frac{(\sqrt{6}+1)^2}{6-4=2}$$

وچون x مثبت است (چرا ؟) بنابراین

$$x=\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{6}+2)\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

پاسخهای درست رسیده : هاشم اخوان مشائی ـ سید رضا کافی

پاسخهای رسیده : احمد مشرفی ـ هوشنگ شهریاری عبدالرحمن چگنی‌زاده ـ

حل مسألهٔ ۱۶۰۸ ـ چنانچه دومقدار متساوی باشند، توان‌های سوم آنها نیزمتساویند ، طرفین رابطهٔ داده شده رابه توان ۳ می‌رسانیم خواهد شد :

$$\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2-3\sqrt[3]{5-4}\,(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2})=1$$

وچون مقدارداخل پرانتزرا برابربا ۱ اختیارکنیم ، نتیجه می‌شود ۱=۳−۴ وتساوی محقق می‌باشد

پاسخهای درست رسیده : هاشم اخوان مشائی ـ احمد مشرفی ـ حسین‌نادمپورلنگرودی ـ کاظم مددی دبیرستان‌قنادبابل ـ

حل مسألهٔ ۱۶۰۹ ـ باتوجه به تعریفی‌که برای توان بانمای منفی‌شده است عبارت داده شده به صورت زیردرمی‌آید

$$\frac{\sqrt{a-b}}{\sqrt[1]{a+b}}+\frac{\sqrt{a-c}}{\sqrt[1]{a+c}}=\sqrt{a^2-b^2}+\sqrt{a^2-c^2}$$

وبنابررابطهٔ فیثاغورث درمثلث قائم‌الزاویه ، حاصل عبارت‌فوق برابرخواهد شد با c+b

پاسخهای درست رسیده : حسین نادمپورلنگرودی ـ احمد مشرفی ـ هاشم اخوان مشائی ـ درخشنده شمس‌العباد ـ حجت‌الله رفعتی ـ سید رضاکافی .

حل مسألهٔ ۱۶۱۰ـ بنابراتحاد $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ رابطهٔ (۱ داده شده به صورت زیرنوشته می‌شود

$$(a_1+a_2)(a_1-a_2)+(a_3+a_4)(a_3-a_4)+\cdots+(a_{2k-1}+a_{2k})(a_{2k-1}-a_{2k})$$

واگر d قدرنسبت تصاعد باشد داریم

$$a_1-a_2=a_3-a_4=\cdots=a_{2k-1}-a_{2k}=-d$$

ورابطه به صورت زیردرمی‌آید

$$-d(a_1+a_2+a_3+a_4+\cdots+a_{2K})=-d[K(a_1+a_{2K})]$$

ازطرف دیگرازرابطهٔ $a_{2k}=a_1+(2k-1)d$ خواهیم‌داشت $-d=\frac{a_1-a_{2k}}{2k-1}$ ودرنتیجه مقدارعبارت مفروض‌برابرخواهد شد با

$$\frac{a_1-a_{2k}}{2k-1}[k(a_1+a_{2k}]=\frac{k}{2k-1}[(a_1)^2-(a_{2k})^2]$$

دررابطهٔ (۲ ابتدامخرج هریك ازکسرهاراگویامی‌کنیم

$$\frac{\sqrt{a_1}-\sqrt{a_2}}{a_1+a_2}+\frac{\sqrt{a_2}-\sqrt{a_3}}{a_2-a_3}+\cdots+\frac{\sqrt{a_{n-1}}-\sqrt{a_n}}{a_{n-1}-a_n}=-\frac{1}{d}(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_2}+\sqrt{a_2}-\sqrt{a_3}+\cdots+\sqrt{a_{n-1}}-\sqrt{a_n})$$

$$=-\frac{1}{d}\sqrt{a_1}-\sqrt{a_n})=\frac{2k-1}{a_1-a_n}(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_n})=\frac{2k-1}{\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n}}$$

حل مسألهٔ ۱۶۱۱ ـ اگر a جملهٔ اول و q قدرنسبت تصاعد هندسی مذکور باشد داریم :

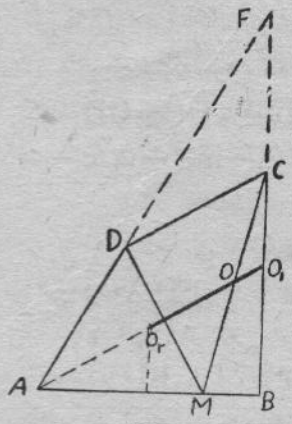
$$S_n=\frac{a(d^n-1)}{d-1}\quad و\quad S_{2n}=\frac{a(d^{2n}-1)}{d-1}\quad و$$

$$S_{3n}=\frac{a(d^{3n}-1)}{d-1}$$

واین مقادیر درروابط داده شده صدق می کنند یعنی رابطه محقق می‌باشد .

پاسخهای درست رسیده : احمدمشرفی- ولی‌هرندی سیدرضا کافی -

حل مسئلهٔ ۱۶۱۲ - اولاً : درمثلث MDC طول میانهٔ OD بانصف طول وتریعنی باطول OM برابراست بنابر این نقطهٔ O بر عمود منصف OM واقع است ودرمثلث متساوی‌الاضلاع AMD ، عمودمنصف OM همان نیمساز زاویهٔ A می‌باشد . ازطرف دیگر در مثلث قائم‌الزاویهٔ MBC خواهیم داشت



$$OM=OB$$

ونقطهٔ O بر عمودمنصف MB قراردارد . وقتی که M برقطعه خط AB از B تا A حرکت کند نقطهٔ O برنیمساز زاویهٔ A از O_1 تا O_2 حرکت خواهد کرد (O_1 نقطهٔ تلاقی BC و O_2 نقطهٔ تلاقی عمود منصف AB بانیمساززاویهٔ A است) بنابراین قطعه خط O_1O_2 مکان‌هندسی نقطهٔ O می‌باشد

ثانیاً - داریم $DM+MB=AM+MB=AB=a$ واگر F نقطهٔ تلاقی امتداد AD با امتداد BC باشد اندازهٔ هریك از زاویه‌های CDF و CFD برابربا 30° بوده مثلث CDF متساوی‌الساقین است و $CD=CF$ و از آنجا $CD+CB=CF+CB=BF$ درمثلث قائم‌الزاویهٔ ABF طول $AF=2AB=2a$ وطول $BC=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$ حساب می‌شود. بنابراین محیط چهارضلعی MBCD برابراست با

$$a+a\sqrt{3}=a(1+\sqrt{3})$$

کلاس پنجم طبیعی

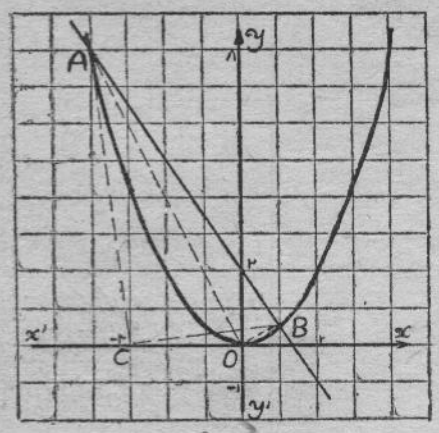
حل مسألهٔ ۱۶۱۳ - اولاً جدول تغییرات تابع $y=\frac{1}{2}x^2$ درفاصله $[-3,3]$ به شرح زیراست

x	-۳	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
y	$\frac{9}{2}$	۲	$\frac{1}{2}$	۰	$\frac{1}{2}$	۲	$\frac{9}{2}$

باتعیین نقاط بامختصات بالا وبه کمك آن منحنی نمایش تابع مطابق شکل می باشد

برای خط به معادلهٔ $3x+2y=4$ داریم

x	۰	۲
y	۲	-۱



خط ومنحنی در دونقطهٔ A و B متقاطعند واز روی‌شکل ملاحظه می‌شود که $A(-4,8)$ و $B(1,\frac{1}{2})$ واین مختصات هم درتابع وهم درمعادلهٔ خط صدق می کنند .

ثانیاً : الف - با محاسبهٔ طولهای OA و OB و AB رابطهٔ $\overline{OA}^2+\overline{OB}^2=\overline{AB}^2$ محقق‌شده وازاینرو زاویهٔ AOB قائمه می‌باشد .

ب - فرض می کنیم $C(x,0)$ وطولهای AC و BC را برحسب x حساب کرده در رابطهٔ $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$ قرار می‌دهیم :

$$(x+4)^2+64+(x-1)^2+\frac{1}{4}=25+\frac{225}{4}$$

وپس ازمرتب کردن داریم

$$2x^2+6x=0 \rightarrow x=0 \text{ و } -3$$

در ازاء $x=0$ نقطهٔ O و در ازاء $x=-3$ نقطهٔ $C(-3,0)$ به‌دست می‌آید .

پاسخ رسیده ازحسین نادمپور لنگرودی .

حل مسئلهٔ ۱۶۱۴- به‌ترتیب زیر عمل می کنیم.

$$tgx+cotgx=\frac{3}{cosx} \text{ یا } \frac{sinx}{cosx}+\frac{cosx}{sinx}=\frac{3}{cosx}$$

$$\frac{sin^2x+cos^2x=1}{sinx\,cosx}=\frac{3}{cosx} \text{ و } cosx\neq 0 \text{ و } sinx=\frac{1}{3}$$

$$cosx=\sqrt{1-sin^2x}=\frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ و } tgx=\frac{\sqrt{2}}{4} \text{ و } cotgx=2\sqrt{2}$$

پاسخهای درست رسیده : منصورجابری پنجم‌ریاضی دبیرستان ادیب - سیدحسن‌مرتضوی‌پنجم دبیرستان‌دارالفنون- احمد کاراسی پنجم ریاضی دبیرستان دارالفنون - منصور حسنی پنجم ریاضی دبیرستان پهلوی‌کرمان - ولی هرندی - سید رضا

کافی ـ صلاح‌الدین قناعتی پنجم‌ریاضی‌دبیرستان اقبال‌آشتیانی ـ اسلام مقیمی پنجم طبیعی دبیرستان جعفری ـ بهروز ساسانی پنجم ریاضی دبیرستان کاظم‌زاده ایرانشهر ـ داودتراکمه پنجم ریاضی دبیرستان اقبال‌آشتیانی ـ هاشم اخوان مشائی ـ رضا طوسی پنجم ریاضی دبیرستان البرز ـ علی صحرانورد پنجم ریاضی دبیرستان محمد قزوینی .

پاسخهای رسیده از : کاظم مددی ـ حسین نادمپور لنگرودی .

کلاس پنجم ریاضی

حل مسئله ۱۶۱۵ ـ برای این‌که $P(x \text{ و } y)$ مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC باشد لازم و کافی است که $PA=PB=PC$ باشد وازاین روابط مختصات P برحسب مختصات سه رأس مثلث بدست می‌آید .

مثال عددی : روابط به‌صورت زیر نوشته می‌شوند.

$$\begin{cases}(x-7)^2+(y-1)^2=(x+3)^2+(y+1)^2\\(x-7)^2+(y-1)^2=(x+1)^2+(y-3)^2\end{cases}$$

وپس ازساده‌کردن خواهیم داشت .

$$\begin{cases}5x+y=10\\4x-y=10\end{cases}\rightarrow\quad x=\frac{20}{9} \text{ و } y=-\frac{10}{9}$$

پاسخهای درست رسیده : هاشم اخوان‌مشائی ـ رضاطوسی ـ صلاح‌الدین قناعتی ـ علی‌اکبر قولیج ـ محمدکریم روشن‌پنجم ریاضی دبیرستان قناد بابل ـ اسدالله مس فروش ـ محمودصابر همیشگی پنجم ریاضی دبیرستان مهرگان لاهیجان ـ منصور جابری ـ پرویز خواجه خلیلی پنجم ریاضی دبیرستان رازی آبادان ـ محمد رضا حاج فرج پنجم ریاضی دبیرستان علوی ـ احمد قندی پنجم ریاضی‌دبیرستان علوی تهران ـ داودتراکمه ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ محسن چهل تنی پنجم ریاضی دبیرستان علوی .

پاسخهای رسیده : سیدرضا کافی ـ احمدکاراسی ـ منصور حسنی ـ محمدرضا غلامی نارمك .

حل مسئله ۱۶۱۶ ـ اولا داریم :

$$\overline{CA}^2=(m-8)^2+(-2m+1)^2=5m^2-20m+65$$

$$\overline{CB}^2=(m-4)^2+(-2m+3)^2=5m^2-20m+25$$

$$\overline{CA}^2-\overline{CB}^2=40 \quad \text{(ثابت)}$$

$$OC=\sqrt{(m-3)^2+(-2m+1)^2}$$

$$=\sqrt{5m^2-10m+10}=\sqrt{5[(m-1)^2+1]}$$

مقدار OC وقتی می‌نیمم است که $(m-1)^2$ می‌نیمم باشد و می‌نیمم این مقدار صفر است یعنی $m-1=0$ و $m=1$ وازآنجا $OC=\sqrt{5}$

۳) چهار نقطه A وBوCوD متوازی الاضلاع تشکیل می‌دهند (بااقطارABوCD) لذا

$$\begin{cases}x_A+x_B=x_C+x_D\\y_A+y_B=y_C+y_D\end{cases}\rightarrow D(x=9-m \text{ و } y=2m-3)$$

برای‌اینکه‌عمود منصف CD برO بگذردلازم وکافی‌است که $OC=OD$ یا $\overline{OC}^2=\overline{OD}^2$ یا

$$(m-3)^2+(-2m+1)^2=(9-m)^2+(2m-3)^2$$

$$20m-80=0 \text{ و } m=4$$

۴) درحالتی‌که C بر$x'x$ واقع باشد داریم

$A(5,0)$ و$B(1,-2)$ و $C(-2,5)$ و $D(8,-2)$

وضلع AC از متوازی‌الاضلاع برمحور $x'x$ منطبق بوده ضلع BD با آن موازی است و ارتفاع متوازی الاضلاع عبارت خواهدشد از $AC=|x_C-x_A|=7{,}5$ و $|y_B|=2$

$S=7{,}5\times 2=15$ (واحد سطح)

پاسخهای صحیح رسیده از احمد قندی ـ هاشم اخوان مشائی ـ اسداله مس فروش ـ محسن چهل تنی

پاسخهای رسیده از : حسین‌نادمپور ـ محمدرضاغلامی داود تراکمه ـ رضا طوسی

حل مسئلهٔ ۱۶۱۷ به‌ترتیب زیرعمل می‌کنیم

$$\begin{cases}tg\,x+tg\,y=\frac{1}{6}\\cotg\,x+cotg\,y=-1\end{cases}$$

یا

$$\begin{cases}tg\,x+tg\,y=\frac{1}{6}\\\frac{1}{tg\,x}+\frac{1}{tg\,y}=\frac{tg\,x+tg\,y}{tg\,x\,tg\,y}=-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}tg\,x+tg\,y=\frac{1}{6}\\tg\,x\,tg\,y=-\frac{1}{6}\end{cases}$$

$tg\,x$ و $tg\,y$ به‌ترتیب جواب‌های مثبت ومنفی معادلهٔ درجهٔ دوم زیرمی‌باشند

$$z^2-\frac{1}{6}z-\frac{1}{6}=0 \text{ یا } 6z^2-z-1=0$$

$$tg\,x=z'=\frac{1}{2} \text{ و } tg\,y=z''=-\frac{1}{3}$$

وبقیهٔ خطوط مثلثاتی کمانهای xوy تعیین خواهدشد .

$$cotg\,x=2 \text{ و } sin\,x=\frac{\sqrt{5}}{5} \text{ و } cos\,x=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cot gy = -3 \text{ و } \sin y = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ و } \cos y = -\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

پاسخهای درست رسیده : محمد رضا حاج فرج ـ اسدالله مس فروش ـ علی‌اکبر قولیج ـ هاشم اخوان مشائی محمدرزمجو پنجم ریاضی دبیرستان تربیت تبریز ـ رضا طوسی ـ داود تراکمه ـ علی صحرا نورد ـ محمدکریم روشن ـ احمد کاراسی ـ بهروزساسانی ـ احمدقندی ـ محسن چهل تنی

پاسخهای رسیده : آهنگری ـ حسین نادمپور لنگرودی محمود صابرهمیشگی ـ صلاح‌الدین قناعتی ـ محمدرضاغلامی

حل مسئلهٔ ۱۶۱۸ ـ برای اینکه x' و x'' ریشه های معادلهٔ داده شده . سینوس و کسینوس یك کمان باشند لازم وکافی است که $x'^2+x''^2=1$ باشد . داریم :

$$x'^2+x''^2=(x'+x'')^2-2x'x''$$
$$=\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{2}=1$$

پاسخهای درست رسیده: محسن چهل‌تنی ـ احمدقندی حجت‌الله رفعتی ـ اسدالله مس فروش ـ اسلام مقیمی

پاسخهای رسیدهٔ نادرست ـ آهنگری ـ محمودصابر همیشگی ـ داود تراکمه ـ پرویزخواجه خلیلی ـ هاشم اخوان مشائی ـ رضا طوسی ـ حسین نادمپورلنگرودی ـ صلاح الدین قناعتی ـ محمدرضا غلامی

حل مسئلهٔ ۱۶۱۹ ـ قبلا ملاحظه می کنیم که اگر $\cos x=0$ و در نتیجه $\sin x=\pm 1$ باشد از رابطهٔ مفروض بدست می‌آید که $\sin y=0$ ودرنتیجه $\cos y=\pm 1$ ودر ازاء آن، مقدارعبارت E برابر می‌شود با $E=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ و نتیجه می گیریم که باید محقق کنیم که $E-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=0$ است چنین‌عمل می کنیم :

$$E-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=\frac{1}{a\sin^2x+b\cos^2x}-\frac{1}{a}+$$
$$\frac{1}{a\sin^2y+b\cos^2y}-\frac{1}{b}=\frac{(a-b)\cos^2x}{a(a\sin^2x+b\cos^2x)}$$
$$-\frac{(a-b)\sin^2y}{b(a\sin^2y+b\cos^2y)}=\frac{a-b}{ab}\times$$
$$\frac{b(a\sin^2y+b\cos^2y)\cos^2x-a(a\sin^2x+b\cos^2x)\sin^2y}{(a\sin^2x+b\cos^2x)(a\sin^2y+b\cos^2y)}$$

بعد ازاختصار ،صورت کسر بالا برابرخواهد شدبا

$$b^2\cos^2y\cos^2x-a^2\sin^2x\sin^2y$$

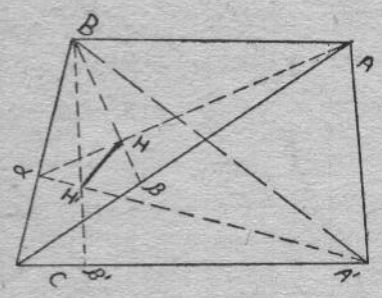
که بنابفرض برابرباصفراست وبنابراین

$$E=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$$

پاسخهای درست رسیده از: محمد رضا حاج فرج محمدکریم روشن

پاسخهای رسیده از : داود تراکمه ـ هاشم اخوان مشائی ـ محمد رضاغلامی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۰ ـ اولا چنانچه AA' بر صفحهٔ ABC عمود باشد برخط BC ازاین‌صفحه‌عمودخواهدبود. اگر $A'\alpha$ ارتفاع نظیر رأس A' از مثلث $A'BC$ باشد بنابرقضیهٔ سه عمود $A\alpha$ نیز بر BC عمود بوده ارتفاع مثلث ABC می‌باشد وخط BC که بردو خط $A\alpha$ و $A'\alpha$ عمود است برصفحهٔ این دوخط که شامل $H'H$ است عمود می‌باشد ودرنتیجه $H'H$ بر BC عمود است . ارتفاع $B\beta$ از مثلث ABC برخط AC وبرخط AA' عمود بوده برصفحهٔ $AA'C$ ودرنتیجه بر $A'C$ عمود است واز آنجا $A'C$ که بر $B\beta$ و $B\beta'$ عمود است بر صفحهٔ $B\beta\beta'$ که شامل HH' است عمود بوده نتیجه می‌شود که HH' بر $A'C$ عمود باشد. HH' که بر دوخط متقاطع $A'C$ و BC از صفحهٔ $A'BC$ عمود است براین صفحه عمود می‌باشد .



ثانیاً . بالعکس اگر HH' بر صفحهٔ $A'BC$ عمود باشد چون A و A' به ترتیب نقطه‌های تلاقی ارتفاعهای دو مثلث CBH و $H'BC$ می باشند بنا بر آنچه در اولاً ثابت شد ، AA' برصفحهٔ HBC یعنی ABC عمود خواهد بود .

پاسخ درست رسیده از : محمدکریم روشن .

پاسخهای رسیده‌از : منصور جابری ـ رضا طوسی .

حل مسئلهٔ ۱۶۲۰ـ Bx' را موازی با Ax رسم کرده وعمود MM' را بر آن رسم می کنیم . AB عمود مشترك دو خط Ax و By بر Bx' نیز عمود بوده برصفحهٔ $Bx'y$ عمود است بنابراین چهار ضلعی $AMM'B$ مستطیل بوده و $MM'=AB=a$ ودر مثلث قائم‌الزاویهٔ $MM'P$ داریم

$$\cos\widehat{PMM'}=\frac{MM'}{PM}=\frac{a}{l}= \text{ ثابت}$$

زاویهٔ دو خط AB و MP همان زاویهٔ PMM' بوده

برابر یا مقدار ثابت می‌باشد .

۲)اگر O وسط AB باشد OI باصفحهٔ Byx′ موازی است وچنانچه I′ تصویر I برصفحهٔ Byx′ باشد I′ وسط PM′ بوده وداریم .

$$OI = BI' = \frac{1}{2} PM' = \frac{1}{2}\sqrt{l^2 - a^2}$$

ونتیجه می‌شود که مکان I دایره‌ای است به مرکز O وبا شعاع $\frac{1}{2}\sqrt{l^2-a^2}$ که صفحهٔ آن بر AB عمود می‌باشد .

پاسخ رسیده از محمدرضا غلامی .

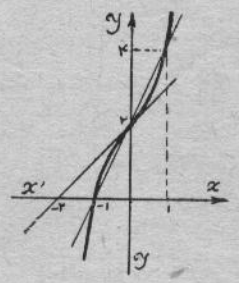
کلاس ششم طبیعی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۲ ـ اولا جدول ومنحنی (C) نمایش تابع مفروض به‌شرح زیراست .

$$y' = 3x^2 + 1 > 0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y′		+		+	
y	$-\infty$	↗	2	↗	$+\infty$

ثانیاً ـ اگر فرض کنیم $y = m$ ، ریشه های معادلهٔ $x^3 + x + 2 - m = 0$ طولهای نقطه‌های برخورد منحنی (C) باخط $y = m$ می‌باشد . این خط با محور $x'x$ موازی است وازروی شکل ملاحظه می‌شود



که هرخط موازی با $x'x$ رسم شود منحنی (C) را در یك نقطه قطع می‌کند . بنابراین معادلهٔ مفروض همواره دارای یك جواب است .

ثالثا ـ مختصات I نقطهٔ تلاقی منحنی (C) با محور $y'y$ عبارت است از (۲ و ۰) I ومقدار مشتق تابع در ازاء $x = 0$ یعنی ضریب‌زاویهٔ مماس نقطه I برابر است با $m = 1$ وازآنجا معادلهٔ مماس عبارت خواهد شد از $y = x + 2$

$$\begin{cases} y = x^3 + x + 2 \\ y = x + 2 \end{cases} \quad x^3 + x + 2 = x + 2 \text{ یا } x^3 = 0 \text{ و } x = 0$$

یعنی خط مماس بالا فقط در یك نقطه که همان I باشد منحنی (C) را قطع می‌کند

رابعاً ـ ازحل دستگاه

$$\begin{cases} y = x^3 + x + 2 \\ y = 2x + 2 \end{cases}$$

خواهیم داشت :

$x^3 + x + 2 = 2x + 2$ یا $x^3 - x = 0$ و $x = 0$ و -1

یعنی این خط درسه نقطهٔ A (۰ و ۲) و B(−۱ و ۰) و C(۱ و ٤) منحنی (C) را قطع می‌نماید وبایك محاسبهٔ ساده معلوم خواهد شدکه A وسط BC می‌باشد .

پاسخ درست‌رسیده ازفرامرزپورقلی‌زاده دیپلمهٔ ریاضی

پاسخ رسیده از حسین نادمپور لنگرودی .

حل مسئلهٔ ۱۶۲۳ ـ دررابطهٔ $\sin 3y - \cos^2 3z = 1$ به‌جای y و z مقادیرآنهارا برحسب x قرار می‌دهیم .

$$\sin\left(6k\pi + \frac{3\pi}{2} + 3x\right) - \cos^2\left(6k'\pi + \frac{3\pi}{2} - 3x\right) = 1$$

$$-\cos 3x - \sin^2 3x = 1 \text{ یا } -\cos 3x - 1 + \cos^2 3x = 2$$

$$\cos^2 3x - \cos 3x - 2 = 0 \text{ و } \cos 3x = -1 \text{ و } (+2 \text{ غیرقابل‌قبول})$$

$$\cos 3x = -1 \text{ و } 3x = 2k\pi + \pi \text{ و } x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$$

پاسخ‌درست‌رسیده از فرامرزپورقلی‌زاده

پاسخهای رسیده از : هاشم اخوان مشائی ـ حسین نادمپور لنگرودی ـ رضا ماژین ششم طبیعی دبیرستان رازی کرمانشاه

کلاس‌ششم ریاضی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۴ ـ از دو تابع داده شده نتیجه گرفته می‌شود که $yz = x^2$ وچنانچه ازطرفین این رابطه نسبت به x مشتق گرفته شود ، به‌دست می‌آید $y'z + yz' = 2x$

از تقسیم طرفین بر yz نتیجه می‌شود

$$\frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{2x}{yz = x^2} \text{ یا } \frac{y'}{y} + \frac{z'}{z} = \frac{2}{x} \qquad (1)$$

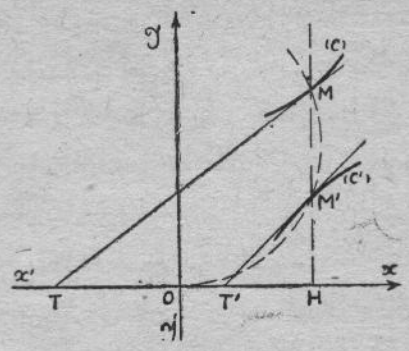
تبصره ـ فرض شده است که درازاءمقادیرموردعمل x تابع $y = f(x)$ معین ومخالف صفر است .

۲)رابطهٔ $yz = x^2$ یا $\overline{HM} \cdot \overline{HM'} = \overline{HO}^2$ نشان‌می‌دهد دایره‌ای که بر M گذشته وبر $x'x$ در O مماس باشد بر M′ نیز خواهد گذشت .ازاین راه وقتی که M معلوم باشد M′ ازراه ترسیم به‌دست می‌آید .

معادله‌های مماسهای برمنحنی‌های (C) و (C′) در نقطه‌های M(x و y) و M′(x و z) به‌ترتیب عبارتند از

$$Y - y = y'(X - x)$$

$$Y - z = z'(X - x)$$



باقراردادن $Y=0$ از معادله‌های بالا طولهای T و T' به‌دست می‌آید (فرض می‌کنیم $y'z'\neq 0$)

$$\overline{OT}=\frac{xy'-y}{y'} \qquad \overline{OT'}=\frac{xz'-z}{z'}$$

ونتیجه خواهدشد

$$\overline{HT}=\overline{OT}-\overline{OH}=\frac{xy'-y}{y'}-x=-\frac{y}{y'}$$

$$\overline{HT'}=OT'-\overline{OH}=\frac{xz'-z}{z'}-x=-\frac{z}{z'}$$

ونتیجه خواهد شد .

$$\frac{1}{\overline{HT'}}+\frac{1}{\overline{HT'}}=-\left(\frac{y'}{y}+\frac{z}{z'}\right)$$

وبادرنظر گرفتن رابطهٔ (۱) خواهد شد

$$\frac{1}{\overline{HT}}+\frac{1}{\overline{HT'}}=-\frac{2}{x}=-\frac{2}{\overline{OH}}=\frac{2}{\overline{HO}}$$

یعنی نقطه های (T' و T و O و H) تقسیم توافقی تشکیل می‌دهند

پاسخ درست رسیده از: رضا منصوری ششم ریاضی دبیرستان رهنما ـ پاسخ درست فقط برای قسمت اول از: یحیی فتاحی ششم ریاضی دبیرستان خوارزمی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۵ ـ مشتق تابع عبارت است از

$$y'=-\frac{\pi}{2\sqrt{x}}\sin\pi\sqrt{x}$$

۱) در ازاء $x=1$ داریم ؛ $y=-1$ و $y'=0$ و معادلهٔ مماس برمنحنی در نقطهٔ به‌طول ۱ عبارت خواهد شداز $y=-1$

۱) باقراردادن $y=0$ داریم

$$\cos\pi\sqrt{x}=0=\cos\frac{\pi}{2} \quad \text{و} \quad \pi\sqrt{x}=K\pi+\frac{\pi}{2}$$

$$\sqrt{x}=K+\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad x=\left(K+\frac{1}{2}\right)^2$$

برای این که $0\leq x\leq 9$ باشدباید $0\leq K+\frac{1}{2}\leq 3$. یا $0\leq K\leq 2$

باشد (K عدد درست مثبت است) و داریم

$$K=0 \text{ و } x=\frac{1}{4} \text{ ، } K=1 \text{ و } x=\frac{9}{4} \text{ ، } K=2 \text{ و } x=\frac{25}{4}$$

پاسخهای درست رسیده از : رضا منصوری ـ یحیی فتاحی ـ اسماعیل علی‌پورششم ریاضی دبیرستان مروی .

پاسخهای رسیده از: فرامرز پور قلی‌زداده ـ حسین نادمپورلنگرودی ـ بیوك مددی ـ سید محمدکاظم عابدینی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۶ ـ قبلا زاویهٔ هریك از حاملها را با هریك ازمحورها بدست می‌آوریم

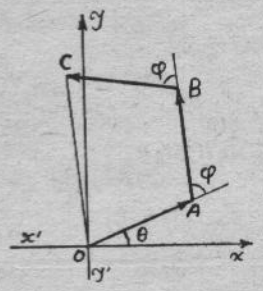
$$(\overrightarrow{Ox} \text{ و } \overrightarrow{AB})=\theta+\varphi \text{ و } (\overrightarrow{Ox} \text{ و } \overrightarrow{OA})=\theta$$

$$(\overrightarrow{Ox} \text{ و } \overrightarrow{BC})=\theta+2\varphi$$

$$(\overrightarrow{Oy} \text{ و } \overrightarrow{AB})=\theta+\varphi-\frac{\pi}{2} \text{ و } (\overrightarrow{Oy} \text{ و } \overrightarrow{OA})=\theta-\frac{\pi}{2}$$

$$(\overrightarrow{Oy} \text{ و } \overrightarrow{BC})=\theta+2\varphi-\frac{\pi}{2}$$

۱) داریم $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$ که چون بر محورهای $x'x$ و $y'y$ تصویر کنیم نتیجه می‌شود .



$$\begin{cases} X=\cos\theta+\cos(\theta+\varphi)+\cos(\theta+2\varphi) \\ Y=\sin\theta+\sin(\theta+\varphi)+\sin(\theta+2\varphi) \end{cases}$$

بعدازتبدیل واختصاربه دست خواهد آمد

$$\begin{cases} X=(1+2\cos\varphi)\cos(\theta+\varphi) \\ Y=(1+2\cos\varphi)\sin(\theta+\varphi) \end{cases}$$

۲) برای اینکه خط شکستهٔ $OABC$ مسدود باشدلازم وکافی است که $\overrightarrow{OC}=0$ باشد یعنی :

$$\begin{cases} X=0 \\ Y=0 \end{cases} \rightarrow 1+2\cos\varphi=0 \rightarrow \varphi=\frac{2\pi}{3}$$

تبصره ـ در این حالت ، $OABC$ یك مثلث متساوی ـ الاضلاع خواهد بود

۳) درازاء $\varphi=\frac{\pi}{6}$ داریم

$$\begin{cases} X=(1+\sqrt{3})\cos(\theta+\frac{\pi}{6}) \\ Y=(1+\sqrt{3})\sin(\theta+\frac{\pi}{6}) \end{cases}$$

وبرای اینکه C بر x'x واقع باشد باید که :

$$Y=0 \rightarrow \sin(\theta+\frac{\pi}{6})=0 \rightarrow \theta=\frac{5\pi}{6}$$

وداریم $\overline{OC}=-(1+\sqrt{3})$

برای اینکه C بر y'y واقع باشد باید که :

$$X=0 \rightarrow \cos(\theta+\frac{\pi}{6})= \rightarrow \theta=\frac{\pi}{3}$$

ودراین حالت $\overline{OC}=1+\sqrt{3}$ می‌باشد

٤) برای اینکه C بریکی ازنیمسازهای زاویهٔ دومحور واقع باشد لازم وکافی است که $X=\pm Y$ یا

$$(1+2\cos\varphi)\cos(\theta+\varphi)=\pm(1+2\cos\varphi)\sin(\theta+\varphi)$$

اگر $1+2\cos\varphi=0$ یا $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ باشد C بر O منطبق خواهد بودودرغیرآن برای اینکه C برنیمساز اول وسوم واقع باشد باید داشتهٔ باشیم :

$$\cos(\theta+\varphi)=\sin(\theta+\varphi)$$

ونتیجه می‌شود

$$\theta+\varphi=\frac{\pi}{4} \quad \text{یا} \quad \theta+\varphi=\frac{5\pi}{4}$$

وبرای اینکه C برنیمساز دوم وچهارم واقع باشد لازم است که

$$\cos(\theta+\varphi)=-\sin(\theta+\varphi)$$

وحاصل خواهدشد

$$\theta+\varphi=\frac{3\varphi}{4} \quad \text{یا} \quad \theta+\varphi=\frac{7\pi}{4}$$

پاسخ درست رسیده : از رضا منصوری

حل مسألهٔ ۱۶۲۷ ـ داریم

$$\overline{[(x-3)(x-3)44]}_x=(x-3)x^3+(x-3)x^2+4x+4=x^4-2x^3-3x^2+4x+4$$

$$\overline{[(x-2)(x-2)]}_{x^2}=[(x-2)x+x-2]^2=x^4-2x^3-3x^2+4x+4$$

ومحقق می‌شود که دوعدد متساویند

پاسخهای درست رسیده از : رضا منصوری ـ محمود عجمی ـ کیوان پورقاسمی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۸ ـ از رابطهٔ $\overline{abcc}-1=\overline{aaxx}$ معلوم می‌شود که $c=0$ است زیرا اگر $c\neq 0$ باشد لازم می‌آید که در تفاضل ، رقم یکان برابر $x=c-1$ ورقم دهگان $x=c$ باشد وغیرممکن است .

وقتی $c=0$ باشد داریم $\overline{ab00}-1=\overline{aa99}$ وبا در نظر گرفتن عمل تفریق نتیجه می‌شود $b=a+1$ وچون $\overline{aa99}$ مضرب ۳ است پس $2a$ ودرنتیجه a مضرب ۳ بوده داریم $a=3k$ و $b=3k+1$ و چون $b\leqslant 9$ و $a\neq 0$ است کوچکترین مقدارقابل‌قبول برای K مقدار $K=1$ می‌باشد ودر نتیجه عدد مطلوب ۳۴۰۰ است .

پاسخهای درست رسیده از : رضامنصوری ـ محمود عجمی ـ یحیی فتاحی ـ بیوك مددی ـ کیوان پورقاسمی ـ سید کاظم عابدینی ـ محمد تقی رضوانیان ـ

پاسخ رسیده از : محمدهادی بکتاشی

حل مسئلهٔ ۱۶۲۹ ـ مجموع ٦عدد متوالی ابتدااز n برابراست با $6n+15$ بنابراین داریم

$$6\times\overline{abac}+15=\overline{aacbb}$$

بعدازبسط رابطه واختصارخواهیم داشت

$$c=\frac{589b+15-4940a}{94}$$

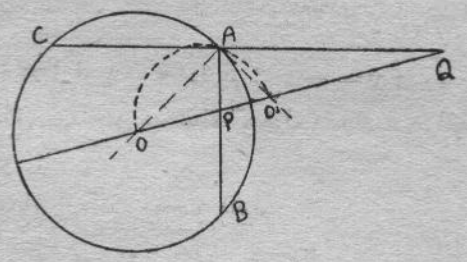
$0\leqslant c\leqslant 9$ و $a\neq 0$ است بنابراین فقط $a=1$ قابل‌قبول است وداریم

$$c=\frac{589b-4925}{94}$$

بازاء $b\leqslant 8$ برای c مقدار منفی به دست می‌آید پس‌فقط $b=9$ می‌تواند قابل قبول باشد ودرازاء این مقداراز b داریم $c=4$ وعدد مطلوب ۱۹۱۴ می‌باشد

پاسخهای درست رسیده از : رضا منصوری ـ محمد هادی بکتاشی ـ سیدمحمدکاظم عابدینی ـ محمود عجمی ـ حسین نادمپور لنگرودی .

حل مسئلهٔ ۱۶۳۰ ـ شرط لازم وکافی برای آنکه دووتر AB و AC متساوی باشند آن است که O از AB و AC به یك فاصله بوده یعنی بر نیمساز یکی از زاویه های دو خط AB و AC واقع باشد .



اگر O' مزدوج توافقی O نسبت به P و Q باشد وقتی که AO نیمساز زاویهٔ (AB و AC) باشد AO' نیمساززاویهٔ دیگر این دو خط بودودایرهٔ به‌قطر OO' بر A خواهد گذشت.

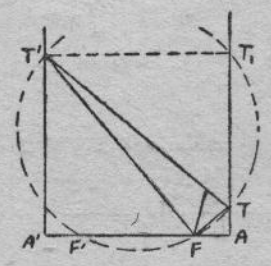
بنابراین برای حل مسئله نخست O' مزدوج توافقی O را نسبت به P و Q به دست آورده آنگاه دایرهٔ به قطر OO' را رسم می‌کنیم چنانچه دایرهٔ (O) را تلاقی کند و نقطهٔ تقاطع را به P و Q وصل کنیم وترهای مطلوب رسم می‌شوند. مسئله وقتی جواب دارد که دو دایره متقاطع باشند که در این صورت دو جواب دارد. اگر دو دایره متقاطع نباشند مسئله جواب نخواهد داشت.

تبصره ـ اگر I وسط PQ باشد بعد از محاسبات لازم شرط امکان جواب مسئله عبارت خواهد شد از:

$$OP \cdot OQ > OI \cdot R$$

پاسخهای درست رسید از: محمد تقی رضوانیان ـ رضا منصوری ـ محمود عجمی.

حل مسئلهٔ ۱۶۳۱ـ اگر M نقطهٔ تماس مماس متغیر با بیضی باشد چون از نقطهٔ T مماسهای TA و TM و از



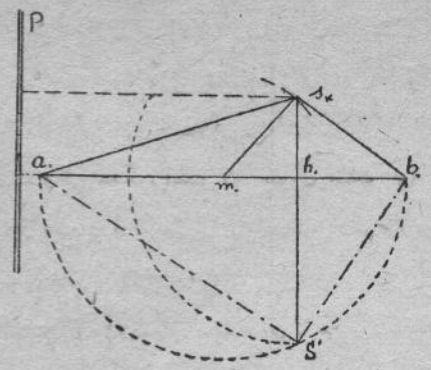
نقطهٔ T' مماسهای $T'A'$ و $T'M$ بر بیضی رسم شده است بنا بر قضیهٔ پونسله داریم که TF نیمساز زاویهٔ AFM و $T'F$ نیمساز زاویهٔ $A'FM$ است پس زاویهٔ TFT' قائمه بوده دایرهٔ به قطر TT' بر F خواهد گذشت. با طریق مشابه ثابت می‌شود که دایرهٔ به قطر TT' بر F' نیز می‌گذرد.

اگر T_1 تصویر T' بر AT باشد T_1 بر دایرهٔ به قطر TT' واقع بوده و داریم

$$AT_1 = A'T' \text{ و } AT.A'T' = AT.AT_1$$
$$= AF.AF' = a^2 - c^2$$

پاسخهای درست رسیده از: بیوك مددی ـ رضا منصوری ـ محمود عجمی.

حل مسئلهٔ ۱۶۳۲ـ مکان هندسی نقاطی که تفاضل مربعات فواصل آنها از دو نقطهٔ ثابت a و b برابر با مقدار ثابت $K^2 = 40$ باشد خطی است که در نقطهٔ ثابت h بر خط ab عمود می‌باشد به‌طوری که $ah = 7$ یا $bh = 3$ است (چرا؟)



۱) نقطهٔ تلاقی دایرهٔ به مرکز m و به شعاع ۳ با خط مکان فوق‌الذکر، نقطهٔ s می‌باشد.

۲) در تسطیح صفحهٔ aSb حول لولای ab و بر صفحهٔ مقایسه S' تسطیح S بر دایرهٔ به‌قطر ab قرار داشته ومشخص می‌شود واز آنجا با تعیین مثلث تسطیح رقوم S معلوم می‌شود.

از راه محاسبه، با معلوم طول $mS = 5$ وطول تصویر آن $ms = 3$ ورقوم m که برابر صفر است از رابطهٔ

$$\overline{mS}^2 = \overline{ms}^2 + (p - 0)^2$$

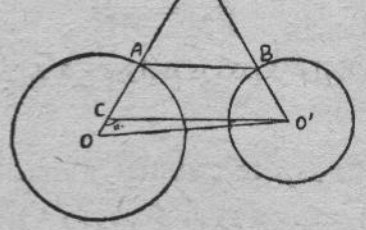
مقدار p رقوم S برابر با ٤ به دست می‌آید.

پاسخهای درست رسیده از: رضا منصوری ـ اسماعیل علی پور ـ محمود عجمی ـ یحیی فتاحی ـ کیوان پورقاسمی

مسائل متفرقه

حل مسئلهٔ ۱۶۳۳ ـ هرگاه M نقطهٔ مطلوب و مثلث MAB متساوی‌الاضلاع باشد خطی که از O' (مرکز دایرهٔ کوچکتر) موازی با AB رسم شود MO را در C قطع کرده و داریم.

$$CA = O'B = R' \text{ و } \widehat{OCO'} = 120^\circ$$



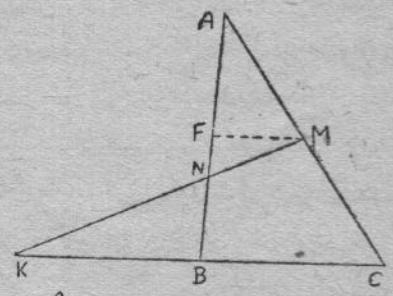
بنابراین برای پیدا کردن نقطهٔ M به ترتیب زیر عمل می‌کنیم. کمان درخور زاویهٔ 120° را بر O و O' رسم کرده تا دایرهٔ به مرکز O و به‌شعاع $OC = R - R'$ را قطع کند. نقطهٔ C به دست می‌آید. امتداد OC دایرهٔ O را در A قطع می‌کند و

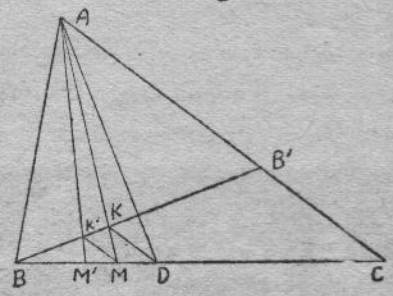
خطی که از A موازی با O'C رسم شود دایرهٔ O' را در B قطع خواهد کرد OA و O'B یکدیگر را در M قطع می‌کنند و MAB مثلث متساوی‌الاضلاع می‌باشد.

مسئله وقتی ممکن است که بتوان مثلث OO'C را با معلومات دو ضلع وزاویهٔ مقابل به‌یك ضلع رسم نمود ولازم‌است که $OO' > OC = R - R'$

پاسخهای درست رسیده از : محمود عجمی ـ احمد قندی ـ محمدتقی رضوانیان ـ مرسن چهل‌تنی ـ بهروزساسانی

حل مسئلهٔ ۱۶۳۴ ـ نخست ثابت‌می‌کنیم که‌اگر خطی





مانند Δ اضلاع BC و CA و AB از مثلث ABC را به ترتیب درنقطه‌های K وM وN قطع کند داریم

$$\frac{KB}{CB} \cdot \frac{NM}{NK} = \frac{MA}{CA} \qquad (1)$$

خطی که از M موازی با BC رسم شود درنقطهٔ F' ضلع AB راقطع می‌کند وروابط زیررا می‌نویسیم

$$\frac{FM}{BC} = \frac{AM}{AC} \qquad \frac{KB}{FM} = \frac{KN}{MN}$$

ازضرب طرفین دورابطه دریکدیگر رابطهٔ (۱) به دست می‌آید.

۱) بااستفاده ازرابطهٔ بالا مسئلهٔ مورد نظررا حل می‌کنیم. مثلث ABC رادرنظر گرفته وفرض‌می‌کنیم $AC > AB$ برضلع AC قطعهٔ AB' را برابربا AB جداکرده و از D پای‌نیمساززاویهٔ A خطی موازی با AC رسم می‌کنیم تا BB' رادر K و AK رارسم می‌کنیم تا BC رادر M قطع کند بنابررابطهٔ (۱) خواهیم داشت

$$\frac{BM}{CM} \cdot \frac{B'K}{BK} = \frac{B'A}{CA} \qquad (2)$$

وبنابرخاصیت نیمساز داریم

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD} = \frac{BK}{B'K} \qquad (3)$$

باتوجه به‌تساوی $AB = AB'$ وباحذف $\frac{BK}{B'K}$ بین دو رابطهٔ (۲) و (۳) به دست خواهدآمد :

$$\frac{BM}{CM} \cdot \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AC} \text{ یا } \frac{BM}{CM} = \frac{\overline{AB}^2}{\overline{AC}^2}$$

۲) از M موازی با AC رسم می‌کنیم تا BB' رادر K' قطع کند و AK' ضلع BC رادر M' قطع می‌کند. با راه مشابه قسمت اول نتیجه خواهد شدکه

$$\frac{BM'}{CM'} = \frac{\overline{AB}^3}{\overline{AC}^3}$$

۳) باتکرارعمل فوق تا n دفعه نقطه‌ای مانند M_n حاصل می‌شود به طوریکه

$$\frac{\overline{BM_n}^2}{\overline{CM_n}^2} = \frac{\overline{AB}^n}{\overline{AC}^n}$$

حل‌مسئلهٔ ۱۶۳۵ ـ درهرمثلث

$$h_a = \frac{2S}{a} \text{ و } h_b = \frac{2S}{b} \text{ و } h_c = \frac{2S}{c}$$

$$r_a = \frac{S}{p-a} \text{ و } r_b = \frac{S}{p-b} \text{ و } r_c = \frac{S}{p-c}$$

باتوجه به‌رابطه‌های بالا ، نامساوی مذکوردرمسئله ، بعد ازاختصارعبارت خواهد شد از

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 3 > 3$$

اما می‌دانیم مجموع هرعدد باعکس آن هیچگاه از ۲ کوچکتر نیست یعنی :

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} > 2 \text{ و } \frac{c}{b} + \frac{b}{c} > 2 \text{ و } \frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$$

وخواهیم داشت

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{c}{b} + \frac{b}{c} + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 6$$

ونامساوی محقق می‌باشد

پاسخهای‌رسیده : دوپاسخ نادرست رسیده‌است وجالب آنکه ، فرستندهٔ هرپاسخ r_a وr_b وr_c راشعاعهای دایرهٔ‌محاطی داخلی نظیر اضلاع a وb وc مثلث اختیار نموده است (!) مثل اینکه یك دایره ، دارای شعاعهای باطولهای مختلف می‌باشد !؟

حل مسئلهٔ ۱۶۳۶ ـ اولاً داریم :

$$1^2=1$$
$$2^2\times 2^2=2^2$$
$$1^2\times 2^2\times 3^2>3^3$$
$$1^2\times 2^2\times 3^2\times 4^2>4^4$$

ثانیاً فرض می‌کنیم که داشته باشیم

$$1^2\times 2^2\times 3^2\times \dots \times K^2>K^k \qquad (2)$$

با توجه به اینکه

$$K^k(K+1)^2>(K+1)^{k+1}$$

طرف اول نامساوی (۲) را در $K^k(K+1)^2$ وطرف دوم آن‌رادر $(K+1)^{k+1}$ ضرب‌می‌کنیم ، حاصل‌خواهدشد.

$$1^2\times 2^2\times 3^2\times \dots \times K^2\times (K+1)^2>(K+1)^{k+1}$$

ثالثاً نتیجه خواهیم گرفت که به طور کلی داریم .

$$1^2\times 2^2\times 3^2\times \dots \times n^2\geqslant n^n$$

(تساوی وقتی است که عدهٔ جمله‌ها ۱ یا ۲ باشد)

پاسخ رسیده از : سید محمدکاظم عابدینی

حل مسئلهٔ ۱۶۳۷ـ طولهای دو ضلع مجاور به زاویهٔ قائمهٔ مثلث قائم الزاویه را به ترتیب با x و y وطول وتر آن را با z می‌نمائیم در این صورت داریم

$$x^2+y^2=z^2 \qquad (1)$$

با توجه به اتحاد :

$$(a^2+b^2)^2\equiv(a^2-b^2)^2+4a^2b^2$$

(a و b اعدادصحیح ومثبت $(a>b)$ چنانچه‌فرض کنیم.

$$x=a^2-b^2 \text{ و } y=2ab \text{ و } z=a^2+b^2$$

این مقادیر در رابطهٔ (۱) صدق خواهندکرد وداریم

$$1)\ z\pm y=a^2+b^2\pm 2ab=(a\pm b)^2=$$ مربع کامل

$$2)\ \frac{z+x}{2}=\frac{a^2+b^2+a^2-b^2}{2}=a^2=$$ مربع کامل

a و b می‌توانند اعداد مختلف باشند ؛ ممکن است a و b هر دو زوج اختیار شوند ، در این صورت $z\pm y$ عدد زوج خواهد بود . وچنانچه a فرد اختیار شود دراین‌صورت a^2 یا $\frac{z+x}{2}$ نیز فرد خواهد بود .

حل مسئلهٔ ۱۶۳۸ ـ دو عدد متوالی را طبق شرط گفته شده به دست می‌آوریم

$$\begin{cases} a+b=(2K+1)^2=4K^2+4K+1 \\ a-b=1 \end{cases}$$

از دستگاه بالا نتیجه خواهد شدکه

$$a=2K^2+2K+1 \text{ و } b=2K^2+2K$$

با فرض $c=2K+1$ به سادگی محقق خواهد شدکه

$$c^2+b^2=a^2$$

یعنی a و b و c طولهای اضلاع یك مثلث‌قائم‌الزاویه‌اند

پاسخهای درست‌رسیده از: حسین نادمپور لنگرودی ـ سید رضا کافی ـ رضا ماژین ـ محمدکریم روشن .

حل مسئلهٔ ۱۶۳۹ـ باسه‌رقم‌مانند a و b و c می‌توان شش ترکیب‌مختلف‌یعنی ۶ عدد سه رقمی تشکیل داد . به‌سادگی معلوم خواهد شد که حاصل ضرب این شش عدد از جمله‌هایی تشکیل شده‌است که‌همهٔ آنهاشامل abc می‌باشند بنابراین حاصل ضرب شش عدد مزبور مضربی از abc می‌باشد . چنانچه‌حاصل ضرب چند عدد اول بر عددی قابل قسمت باشد یکی از آن اعداد اول با آن عدد مساوی خواهد بود . abc عددی است غیراول بنابراین ممکن نیست که هر شش عددمزبور همه اول باشند و حداقل یکی از آنها غیر اول خواهد بود .

پاسخ رسیده از : حسین نادمپور لنگردوی

توضیح ـ حل‌بعضی‌مسئله‌های ۱۶۴۰ تا ۱۶۴۸ که زیر عنوان « برخی از مسائل تاریخی ریاضی » چاپ شده است در برخی کتابهای درسی مذکور است وحل بقیه ، به تدریج یا به عنوان حل مسائل نمونه (مثلاً حل ۱۶۴۷ که درشمارهٔ ۱۰ به عنوان قضیهٔ‌فرما چاپ‌شده‌است) ویا به‌نحو دیگرچاپ‌خواهدشد.

در بارهٔ برخی از این مسائل پاسخهایی از آقایان : کیوان پورقاسمی ـ بیوك مددی ـ در یافت شده است .

حل مسائل نمونه

کلاسهای چهارم

۱۷۲۳ـ اولاً محقق کنید که :

$$1)\ x+y=a \Rightarrow x^2+y^2 \geq \frac{a^2}{2}$$

$$2)\ x+y+z=a \Rightarrow x^2+y^2+z^2 \geq \frac{a^2}{3}$$

ثانیاً روابط فوق وحالت کلی‌تر آنها را تعمیم دهید

(مقصود ازعلامت $\Rightarrow$ نتیجه می‌دهد، یاایجاب‌می‌کند، می‌باشد)

حل : ۱) اتحاد زیر را درنظر می‌گیریم

$$x^2+y^2=\frac{1}{2}[(x+y)^2+(x-y)^2]$$

باتوجه به رابطهٔ ۱ خواهیم داشت

$$x^2+y^2=\frac{a^2}{2}+\frac{1}{2}(x-y)^2$$

اما $(x-y)^2 \geq 0$ (تساوی فقط وقتی‌است که $x=y$) و بنابراین نتیجه می‌شود که باشرط $x+y=a$

$$x^2+y^2 \geq \frac{a^2}{2}$$

می‌باشد (تساوی فقط وقتی است که $x=y=\frac{a}{2}$ باشد

۲) بادرنظر گرفتن اتحاد زیر

$$x^2+y^2+z^2=\frac{1}{3}[(x+y+z)^2+(y-z)^2+(z-z)^2+(x-y)^2]$$

وباتوجه به‌شرط داده شده خواهیم داشت

$$y^2+y^2+z^2=\frac{a^2}{3}+\frac{1}{3}[(y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2]$$

عبارت داخل کروشه در صورتی که $x \neq y \neq z$ باشد مثبت است ودرصورتی که $x=y=z$ باشد برابر باصفرمی‌باشد بنابراین باشرط $x+y+z=a$ داریم :

$$x^2+y^2+z^2 \geq \frac{a^2}{3}$$

(تساوی‌برای‌حالتی‌است که $x=y=z=\frac{a}{3}$ باشد)

تعمیم : از اتحاد

$$x_1^2+x_2^2+\dots+x_n^2=\frac{1}{n}[(x_1+x_2+\dots x_n)^2+(x_1-x_2)^2+\dots+(x_1-x_n)^2+\dots+(x_{n-1}-x_n)^2]$$

نتیجه‌می‌شود که اگرداشته باشیم

$$x_1+x_2+\dots+x_n=a$$

خواهیم داشت

$$x_1^2+x_2^2+\dots+x_n^2 \geq \frac{a^2}{n}$$

(تساوی‌برای‌حالتی‌است که : $x_1=x_2=\dots=x_n=\frac{a}{n}$

تعمیم کلی‌تر : با درنظر گرفتن اتحادهای :

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$$ و

$$(a^2+b^2+c^2)(x^2+y^2+z^2)=(ax+by)^2+(bx-ay)^2+(cy-bz)^2+(az-cx)^2$$

وبالاخره اتحاد کلی :

$$(a_1^2+a_2^2+\dots+a_n^2)(x_1^2+x_2^2+\dots+x_n^2)=(a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n)^2+(a_1x_1-a_1x_2)^2+(a_2x_1-a_1x_3)^2+\dots+(a_nx_1-a_1x_n)^2+\dots+(a_nx_{n-1}-a_{n-1}n_n)^2$$

نامساویهای زیر نتیجه می‌شود

$$1')\ ax+by=c \Rightarrow x^2+y^2 \geq \frac{c^2}{a^2+b^2}$$

$$2')\ ax+by+cz=d \Rightarrow x^2+y^2+z^2 \geq \frac{a^2}{a^2+b^2+c^2}$$

وبالاخره درحالت کلی :

$$3')\ a_1x_1+a_2x_2+\dots+a_nx_n=h$$

$$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+\dots+x_n^2 \geq \frac{h^2}{a_1^2+a_2^2+\dots+a_n^2}$$

تبصره ـ نا مساوی شرطی (۱' نشان می‌دهد که در صفحهٔ محورهای مختصات متعامد ، فاصلهٔ مبدأ مختصات تا هر نقطه از خط $ax+by=c$ از فاصلهٔ مبدأ تا خود بزرگتر و در حالت خاص با آن برابر می باشد . بر عکس ، از این خاصیت هندسی می‌توان نا مساوی شرطی (۱' را نتیجه گرفت.

(ترجمه از مجلهٔ «ریاضیات مقدماتی» چاپ پاریس)

کلاس پنجم ریاضی

۱۷۲۴ـ درصفحهٔ محورهای مختصات متعامد(oxوoy) با هر دومقدار متناظر xوy می‌توان یك نقطهٔ M با مختصات (xوy) در نظر گرفت .

۱) M (xوy) در چه ناحیه از صفحه واقع باشد برای

اینکه مثلثی مانند ABC با اندازه‌های اضلاع $AB = x$ و $AC=y$ و $BC=4$ وجود داشته باشد .

۲) مکان نقطهٔ $M(x,y)$ را تعیین کنید برای آنکه مثلث ABC فوق‌الذکر در زاویهٔ A قائمه باشد .

حل: ۱) شرط لازم و کافی برای اینکه x و y و ٤ اندازه‌های اضلاع یك مثلث باشند آن است که

$$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ |x-y|<4<x+y \end{cases}$$

از دو نامساوی اول دستگاه نتیجه می‌شود که M باید در ربع اول محورها واقع باشد واز نا مساوی سوم دستگاه دو نا مساوی زیر نتیجه می‌شود .

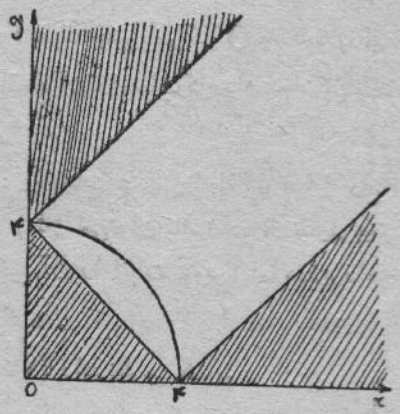
(۱) $x+y-4>0$

(۲) $(x-y)^2-16<0$

که نامساوی اخیر به صورت زیر نوشته می‌شود

(۳) $(x-y+4)(x-y-4)<0$

بنابراین ناحیهٔ مطلوب قسمتی از ربع اول محورهای مختصات است که در ازاء مختصات نقاط آن نا مساویهای (۱) و (۳) با هم بر قرار باشند و ناحیه‌ای است که در شکل هاشور نخورده است .



۲) شرط لازم وکافی برای اینکه x و y اندازه‌های اضلاع مجاور به زاویهٔ قائمهٔ یك مثلث قائم الزاویه با اندازهٔ وتر ٤ باشد آن است که داشته باشیم .

$$\begin{cases} x>0 \\ y>0 \\ x^2+y^2=16 \end{cases}$$

دو نامساوی اول معلوم می‌کند که $M(x,y)$ باید درربع اول محورهای مختصات واقع باشد .

باتوجه به‌اینکه مقدار $\sqrt{x^2+y^2}$ فاصلهٔ نقطهٔ $M(x,y)$ تا مبدأ مختصات است واین فاصله برابر بامقدار ثابت ٤است، از رابطهٔ سوم دستگاه بالا معلوم می‌شودکه مکان $M(x,y)$ ربع دایرهٔ به مرکز مبدأ مختصات وبا شعاع $R=4$ واقع در ربع اول‌محورهای مختصات‌می‌باشدکه در شکل رسم شده است.

کلاس ششم ریاضی

۱۷۲۵ـ N عددی‌چهاررقمی به‌صورت $\overline{mcdu}$ می‌باشد چنانکه ؛ هریك ازارقام آن ازه کوچکتربوده ، حد اکثریکی از آنها می‌تواند با ٥ برابر باشد . وفرض می‌کنیم P مقلوب عددفوق باشد یعنی $P=\overline{udcm}$ ثابت‌کنیدکه مجموع $N+P$ بر ۱۱ بخش پذیر است وخارج‌قسمت تقسیم را به دست آورید.

حل : اعداد N و P را به‌ترتیب چنین می‌نویسیم

$$N=10^3m+10^2c+10d+u$$

$$P=10^3u+10^2d+10c+m$$

وخواهیم داشت

$$N+P=10^3(m+u)+10^2(c+d)+10(c+d)+m+u$$

بنا به فرض هریك ازدومجموع $m+u$ و $c+d$ از ۹ کوچکتربوده حداکثریکی ازآنها می‌تواند با ۹ برابرباشد ، بنابراین می‌توانیم هریك ازآنها رایك رقم فرض‌کنیم یعنی

$$N+P=\overline{(m+u)(c+d)(c+d)(m+u)}$$

وبه صورت دیگراگر $m+u=\alpha$ و $c+d=\beta$ اختیار شود

$$N+P=\overline{\alpha\beta\beta\alpha}$$

بوده وبه صورت زیرنوشته می‌شود

$$N+P=10^3\alpha+10^2\beta+10\beta+\alpha=1001\alpha+110\beta$$

اما $1001=7\times11\times13=11\times91$

پس $N+P=11(91\alpha+10\beta)$

یعنی $N+P$ بر ۱۱ بخش‌پذیربوده وخارج‌قسمت‌تقسیم آن برابر است با :

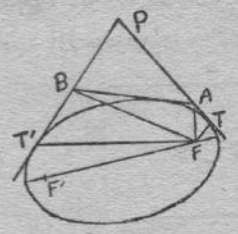
$$91\alpha+10\beta=91(m+u)+10(c+d)$$

(نقل ازکتاب E.P,M.)

تمرین : آیا ممکن است مسئلهٔ بالا رابرای هردستگاه عدد نویسی باپایهٔ x تعمیم داد وچگونه ؟

***

۱۷۲۶ ـ قطعه مماس متغیرمحصور بین دومماس ثابت‌بر بیضی . ازهرکانون بیضی به زاویهٔ ثابت دیده می‌شود .



دومماس ثابت PT و PT' (T و T' نقطه‌های تماس) بربیضی (E) با کانونهای F و F' رسم شده است . قطعه خط متغیر AB بین PT و PT' محصور بوده و همواره در یك نقطهٔ M بربیضی (E) مماس می‌باشد باید ثابت نمودکه اندازهٔ هریك اززاویه‌های AFB و AF'B برابربا مقدارثابت است .

ازنقطهٔ A دومماس AT و AM بربیضی رسم شده‌است ، بنابه قضیهٔ پونسله داریم

$$\widehat{MFA} = \widehat{AFT} = \frac{\widehat{MFT}}{۲} \qquad (۱)$$

ازنقطهٔ B دومماس BT' و BM بربیضی رسم شده است پس داریم

$$\widehat{MFB} = \widehat{BFT'} = \frac{\widehat{MFT'}}{۲} \qquad (۲)$$

ازجمع نظیربه‌نظیرطرفین رابطه‌های (۱) و (۲) حاصل خواهد شد

$$\widehat{AFB} = \frac{۱}{۲}\widehat{TFT'} = \text{مقدار ثابت}$$

برای‌کانون F' نیزباطریق مشابه ثابت خواهد شدکه :

$$\widehat{AF'B} = \frac{۱}{۲}\widehat{TF'T'} = \text{مقدار ثابت}$$

مسئلهٔ جبر امتحان عمومی

کنکور دانشکدهٔ مهندسی مارسی (۱۹۶۳)

(ترجمه ازمجلهٔ «ریاضیات مقدماتی» چاپ پاریس)

۱۷۲۷ ـ یك بیضی‌باقطراطول $AA' = ۲a$ وقطراقصر $BB' = ۲b$ وبه مرکز O مفروض است

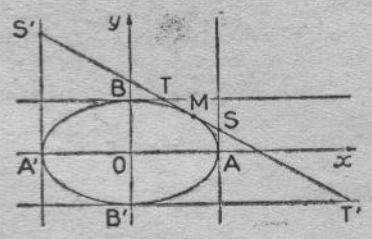
۱) مماس درنقطهٔ متغیر M بربیضی ، مماسهای مرسوم در رأسهای B و B' را به ترتیب در T و T' قطع می‌کندثابت کنید $BT \times B'T' = a^۲$

۲) A'A را ابتدا از A ودرخارج بیضی به اندازهٔ $AI = b$ امتداد می‌دهیم . از I دو مماس بربیضی رسم کنید و زاویهٔ ۲α را که تشکیل می‌دهند حساب کنید . این مماسها مماس مرسوم دررأس A' بربیضی را در J و K قطع می‌کنند ، ثابت کنیدکه $OI = OJ = OK$. چنانچه‌جای‌محورهای A'A و B'B عوض شود آیا نتیجهٔ اخیربازهم حاصل می‌شود ؟ یعنی اگر B'B رابه‌اندازهٔ $Bu = a$ امتداد داده واز u مماسهایی بربیضی رسم‌کنیم تامماس دررأس B' رادر J' و K' قطع کنند آیا رابطهٔ $Ou = OJ' = OK'$ برقرارخواهد بود ؟

۳) یك مثلث متساوی‌الساقین LMN $(LM = LN)$ که O مرکز دایرهٔ محیطی آن می‌باشد وبا معلومات R شعاع این دایرهٔ محیطی وزاویهٔ $MLN = ۲\alpha$ معین می‌شود مفروض است . ثابت کنیدیك بیضی‌بامرکز O ومحاط دراین مثلث‌وجود دارد وطول‌اقطارآن راحساب‌کرده وضع نسبی محورکانونی‌آن راتعیین کنید

حل: ۱) اثبات هندسی‌رابطهٔ $BT \cdot B'T' = a^۲$ چندان مشکل نیست (مثلاً می‌توان بااستفاده از تبدیل بیضی به دایرهٔ اصلی وبالعکس آن را اثبات نمود) اما درزیرراه حل تحلیلی آن بیان می‌شود .

شکل (۱) رادرنظرمی‌گیریم



ش ۱

$$\frac{x^۲}{a^۲} + \frac{y^۲}{b^۲} = ۱$$

معادلهٔ بیضی نسبت به محورهای‌آن می‌باشد وفرض می‌کنیم $M(x_۰ و y_۰)$ یك نقطهٔ دلخواه ازبیضی باشد . معادلهٔ‌مماس

درنقطهٔ M بربیضی عبارتست از

$$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$$

که چون درآن بـه‌ترتیب $y=b$ و $y=-b$ اختیار شود طولهای نقطه‌های T و T′ به دست می‌آید :

$$x=\frac{a^2}{x_0}\left(1-\frac{y_0}{b}\right) \quad و \quad x'=\frac{a^2}{x_0}\left(1+\frac{y_0}{b}\right)$$

ونتیجه خواهد شدکه

$$xx'=\frac{a^4}{x_0^2}\left(1-\frac{y_0^2}{b^2}\right)=\frac{a^4}{x_0^2}\times\frac{x_0^2}{a^2}=a^2,$$

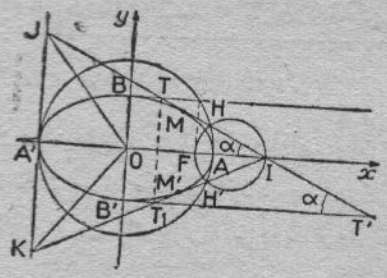
وچون $x=\overline{BT}$ و $x'=\overline{B'T'}$ بنابراین

$$\overline{BT}\cdot\overline{B'T'}=a^2 \quad یا \quad BT\cdot B'T'=a^2$$

تبصره ـ چنانچه نقطه‌های تلاقی مماس نقطهٔ M باممماسهای درنقاط A و A′ با S و S′ نموده شود به‌دست خواهدآمدکه

$$\overline{AS}\cdot\overline{A'S'}=b^2 \quad یا \quad AS\cdot A'S'=b^2$$

۲) شرط لازم وکافی برای اینکه خطی‌که از I گذشته بربیضی مماس باشد آن است‌که H تصویرکانون F برآن خط بردایرهٔ اصلی بیضی واقع باشد . بنابراین مماسهای مطلوب عبارتند ازخطوطی‌که نقطهٔ I رابه دونقطهٔ H و H′ ، نقطه‌های تلاقی دایرهٔ اصلی‌بیضی بادایرهٔ بـه‌قطر IF ، وصل می‌کنند (شکل ۲)



ش۲

تبصره ـ باتبدیل بیضی بـه‌دایرهٔ اصلی و بالعکس(تسطیح وترفیع بیضی) راه سادهٔ دیگـری برای رسم مماسهای مطلوب بـدست می‌آید .

محاسبهٔ 2α : اگـر T_1 تصویر T روی B′T′ باشد داریم :

$$tg\,\alpha=\frac{TT_1}{T_1T'}=\frac{2b}{|B'T'-BT|}$$

وباتوجه به رابطه‌های

$$BT\cdot B'T'=a^2$$
$$BT+B'T'=2OI=2(a+b)$$

خواهیم داشت

$$(B'T'-BT)^2=(B'T'+BT)^2-4BT\cdot B'T'$$
$$=4(a+b)^2-4a^2=4b(2a+b)$$

وازآنجا بدست می‌آید

$$tg\alpha=\frac{2b}{2\sqrt{b(2a+b)}}=\sqrt{\frac{b}{2a+b}}\ (\rightarrow \alpha<\frac{\pi}{4})$$

وبه صورت دیگر داریم

$$\cos 2\alpha=\frac{1-tg^2\alpha}{1+tg^2\alpha}=\frac{2a+b-b}{2a+b+b}=\frac{a}{a+b}$$

اثبات رابطه ـ داریم

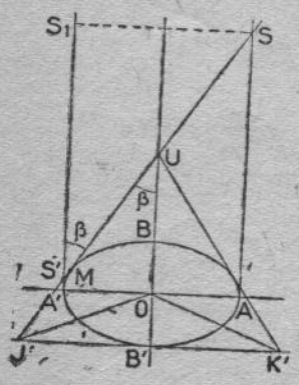
$$A'J=A'K=A'I\,tg\alpha=(2a+b)\sqrt{\frac{b}{2a+b}}$$
$$=\sqrt{b(2a+b)}$$

وخواهیم داشت

$$\overline{OJ}^2=\overline{OK}^2=\overline{A'J}^2+\overline{OA'}^2=b(2a+b)+a^2$$
$$=(a+b)^2=\overline{OI}^2$$

ونتیجه می‌شود $OI=OJ=OK$

بررسی حالتی‌که جای‌محورها عوض شود ـ قطر B′B رابـه طول $Bu=a$ امتداد می‌دهیم(شکل۳) و از u دوممماس بـربیضی رسم می‌کنیم که مماسهای‌در A و A′ راددر S و S′ قطع می‌کنند وتصویر S را برممماس در A′ با S_1 و زاویـهٔ بین دوممماس مرسوم از u رابا 2β می‌نمائیم‌داریم



ش۳

$$tg\,\beta=\frac{SS_1}{S'S_1}=\frac{2a}{|AS-A'S'|}$$

وازرابطه‌های

$$AS\cdot A'S'=b^2$$
$$AS+A'S'=2Ou=2(a+b)$$

نتیجه خواهد شد

$$(AS-A'S')^2=(AS+A'S')^2-4AS\cdot A'S'$$
$$=4(a+b)^2-4b^2=4a(a+2b)$$

وازآنجا به دست خواهدآمد

$$tg\,\beta=\frac{2a}{2\sqrt{a(a+2b)}}=\sqrt{\frac{a}{a+2b}}\ (\rightarrow \beta<\frac{\pi}{4})$$

وبه صورت دیگر

$$\cos 2\beta=\frac{a+2b-a}{a+2b+a}=\frac{b}{a+b}$$

اگرنقطه‌های تلاقی مماسهای مرسوم از u باممماس در رأس B′ رابه J′ و K′ بنامیم خواهیم داشت

$$I = B'K' = B'u\,tg\beta = (2b+a)\sqrt{\frac{a}{a+2b}}$$
$$= \sqrt{a(a+2b)}$$

ازطرف دیگر

$$\overline{OJ'}^2 = \overline{OK'}^2 = \overline{B'J'}^2 + \overline{OB'}^2 = a(a+2b)+b^2$$
$$= (a+b)^2 = \overline{ou}^2$$

ونتیجه می‌شود $OU = OJ' = OK'$

یعنی نتایج حاصل متناظر با نتایج حالت قبل است

۳) رسم بیضی محاط در مثلث LMN وبا مرکز O ـ کافی است ثابت کنیم کـه مثلث LMN رامی‌توان بایکی ازدو مثلث IJK یا UJ'K' (مذکور درفوق) مطابق ساخت ، یعنی ممکن است که اعداد a و b(a>b) راچنان تعیین کرد که‌یکی ازدستگاه دورابطهٔ زیررا داشته باشیم

$$\begin{cases} a+b=R \\ \dfrac{b}{a+b}=\cos 2\alpha \end{cases} \quad (2) \quad \text{یا} \quad \begin{cases} a+b=R \\ \dfrac{a}{a+b}=\cos 2\alpha \end{cases}$$

ازدستگاه (۱) نتیجه خواهد شد

$$a = R\cos 2\alpha$$
$$b = R(1-\cos 2\alpha) = 2R\sin^2\alpha$$

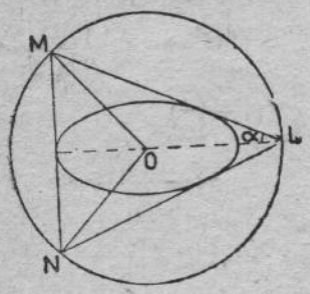
وازشرط a>b نتیجه می‌شود

$$\alpha < \frac{\pi}{6} \text{ و } \cos 2\alpha > \frac{1}{2} \text{ یا } \cos 2\alpha > 1-\cos 2\alpha$$

دراین‌حالت ، محورکانونی بیضی محاط در مثلث LMN برارتفاع نظیررأس L ازمثلث منطبق است (شکل ٤)

از دستگاه (۲) خواهیم داشت

$$b = R\cos 2\alpha$$
$$a = R(1-\cos 2\alpha) = 2R\sin^2\alpha$$



ش۴

وازشرط a>b نتیجه خواهد شد

$$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4} \text{ و یا } \cos 2\alpha < \frac{1}{2} \text{ یا } 1-\cos 2\alpha > \cos 2\alpha$$

دراین حالت محورکانونی بیضی محاط درمثلث LMN برارتفاع نظیررأس L از مثلث عمود خواهد بود .

تبصره ـ اگر $\alpha \geq \frac{\pi}{4}$ باشد نقطهٔ O یادروسط MN $(\alpha = \frac{\pi}{4})$ ویادرخارج مثلث LMN واقع بوده ورسم بیضی به مرکز O ومحاط درداخل مثلث LMN ممکن نیست .

مسئلهٔ «گاوهای نیوتن» (مذکوردرصفحهٔ ۳٦ یکان شمارهٔ ۱۰)

برای این مسئله از طرف نیوتن و ریاضیدانهای دیگر راه حلهایی بیان شده است ، امافعلا ازنقل این راه‌حلها خودداری شده فقط راه حل سادهٔ مسئله ذکر می‌شود ؛

نخست ، علفهایی راکه در مدت یك هفته در یك مزرعه می‌روید « واحدنمو » اختیار می‌کنیم و بنا به‌فرض خواهیم داشت :

(۱) ۳ گاو در ۲ هفته علفهای ۲ مزرعه به علاوهٔ ٤ واحد نمو را می‌خورند .

(۲) ۲ « ٤ « ۲ « ۸ « «

(۳) چند « ٦ « ٦ « ۳٦ « «

از فرض (۱) نتیجه می‌شود :

(٤) ۳ گاو در ٤ هفته علفهای ٤ مزرعه به علاوهٔ ۸ واحد نمو را می‌خورند .

از مقایسهٔ (۲) و (٤) حاصل می‌شود :

(٥) ۱ گاو در ٤ هفته علفهای ۲ مزرعه را می‌خورد ، و از آنجا ؛

(٦) ۲ « « ٤ « ٤ « «

از مقایسهٔ (٦) و (۲) نتیجه می‌شود که مقدار علفهای ۲ مزرعه برابر است با ۸ واحد نمود ، یا اینکه مقدار علفهای ۱ مزرعه برابر با ٤ واحد نمو می‌باشد و مسئله منجر می‌شود به‌اینکه معلوم‌شود:

چندگ در ٦ هفته علفهای $15 = \frac{36}{4} + 6$ مزرعه را می‌خورند . از حل تناسب مرکب ؛

۲ مزرعه	٤هفته	۱ گاو
۱۵	٦	x

تعداد لازم گاوها برابربـا ٥ به‌دست می‌آید.

تمرین

مسائل برای حل

(مهلت قبول پاسخ تا آخر بهمن ۴۳)

کلاس چهارم طبیعی

۱۷۲۸ ـ اولاً ثابت کنید که مجموع هرعددمثبت وعکس آن ، از ۲ کوچکتر نیست .

ثانیاً به فرض اینکه a و b و c اعداد مثبت باشند صحت نامساوی زیررا محقق کنید

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}\geqslant ۶$$

(محمدحسن عزیزیان ـ بابل)

۱۷۲۹ ـ به‌فرض اینکه

$$A=(۲x-۳)^۲-۴(۳x-۲)^۲$$

$$B=(۴x-۱)^۲-x(۴x-۱)-۱۶x^۲+۱$$

باشد اولا کسر $\frac{A}{B}$ راساده کنید

ثانیاً تحقیق کنید که آیا ممکن است مقدار x راچنان‌پیدا کرد که $\frac{A}{B}=۸$ باشد ؟

ثالثاً حدود x راتعیین کنید برای آنکه $\frac{A}{B}<۱$ باشد

۱۷۳۰ ـ مثلث متساوی الساقین ABC با طول قاعدهٔ $BC=۱۶۰mm$ و طول ارتفاع $AH=۶۰mm$ مفروض است .

۱) طول ساق آن راحساب کنید

۲) بر ضلع BC نقطهٔ D را چنان انتخاب‌می‌کنیم که $BD=۳۵mm$ باشدوروی‌ضلع BA طول $BE=۵۶mm$ راجدامی‌کنیم . ثابت کنید که دومثلث ABC و BDE متشابه اند ونسبت تشابه‌آنهارا پیداکنید وطول DE رانیزتعیین کنید

۳) درمثلث ADH طول ضلع AD را حساب‌کرده و ازروی آن معلوم‌کنید که مثلث ADC درزاویهٔ A قائمه‌است

(مجلهٔ تربیت ریاضی)

کلاس چهارم ریاضی

۱۷۳۱ ـ درستی تساوی زیررا ثابت کنید

$$\frac{۲+\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+\frac{۲-\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}-\sqrt{۲-\sqrt{۳}}}=\sqrt{۲}$$

(بهروز ارشاقی پنجم ریاضی دبیرستان مرآت)

۱۷۳۲ ـ ازرابطهٔ زیرمقدار x راپیداکنید

$$\frac{۱}{b}(b+x)^{\frac{۱}{P}}+\frac{۱}{x}(b+x)^{\frac{۱}{P}}=\frac{c}{a}x^{\frac{۱}{P}}$$

(بهروزارشاقی)

۱۷۳۳ ـ معادلهٔ زیرراحل کنید (بدون استفاده ازفرمول حل معادلهٔ درجهٔ دوم)

$$\frac{x}{a}+\frac{a}{x}=\frac{۴}{\frac{x}{a}+\frac{a}{x}}$$

(محمد افشار ـ تبریز)

۱۷۳۴ ـ حاصل عبارت زیررا وقتی $n\to\infty$ پیداکنید

$$S=۲\times\sqrt[۲]{۴}\times\sqrt[۹]{۱۶}\times\dots\times\sqrt[۳^n]{۲^{۲^n}}$$

(حسن تاهبازصالحی پنجم ریاضی دبیرستان‌هدف۱)

۱۷۳۵ ـ ثابت کنید که اگر x و y و z جمله‌های‌متوالی یك تصاعد هندسی باشند ، سه‌جملهٔ زیرنیزتصاعدهندسی تشکیل می‌دهند

$$\sqrt[۳]{xyz}\ \text{و}\ \sqrt{\frac{۱}{۳}(xy+yz+zx)}\ \text{و}\ \frac{۱}{۳}(x+y+z)$$

(ازکتاب درسی کلاس چهارم فرانسه ـ فرستنده : قوام نحوی)

۱۷۳۶ـ درمثلث قائم‌الزاویهٔ ABC (قائمه دررأس A) از I نقطهٔ تلاقی نیمسازهای داخلی زاویه‌های B و C خطی موازی با BC رسم می‌کنیم که اضلاع AB و AC رادر M و N قطع می‌کند وعمود AK رابر MN رسم می‌کنیم ؛ ثابت کنید که

$$AH = \frac{AM.AN}{BM+CN}$$

آیا ممکن است که AK نصف ارتفاع AH ازمثلث باشد ؟

(حافظی دبیردبیرستان درخشان بنیس)

۱۷۳۷ ـ دایرهٔ به‌مرکز O وبه شعاع R مفروض است نقطهٔ O' رابه‌فاصلهٔ $OO' = 2R$ انتخاب کرده ومماس O'A رابردایرهٔ (O) رسم می‌کنیم ، دایرهٔ به مرکز O' وبه شعاع O'A درنقطهٔ دیگر B دایرهٔ (O) راقطع می‌کند

۱) اندازهٔ شعاع دایرهٔ (O') رابرحسب R حساب کنید

۲) اندازه‌های زاویه‌های مثلث AOO' را تعیین کنید

۳) خط OO' دایرهٔ (O) را در C خارج دایرهٔ (O') قطع می‌کند و CB درنقطهٔ C' بادایرهٔ (O') برخوردمی‌کند ثابت کنید که مثلث ACC' بامثلث AOO' متشابه است ونسبت تشابه رامعلوم کرده طولهای اضلاع مثلث ACC' را بر حسب R حساب کنید .

۴) مماس‌درنقطهٔ (C) بردایرهٔ (O) مماس درنقطهٔ (C') بردایرهٔ (O') رادر D قطع‌می‌کند. نوع‌چهارضلعی CDC'O' ومرکزتقارن آن راتعیین کنید .

(ازسؤالهای امتحانی کشورپرتقال)

کلاس پنجم طبیعی

۱۷۳۸ ـ x و y و z برحسب درجه به‌ترتیب اندازه‌های زاویه‌های A و B و C از یك مثلث هستند و زاویهٔ C از نصف زاویهٔ B به اندازهٔ ۱۵ درجه بیشتراست .

۱) با تعیین رابطهٔ بین x و y و همچنین بین x و z ضرایب a و b و a' و b' را در دو تابع $y=ax+b$ و $z=a'x+b'$ معلوم کنید .

۲) نمایش هندسی تغییرات دو تابع y و z را در یك دستگاه محورهای‌مختصات رسم کنید (محور تغییرات z برمحور تغییرات y منطبق و واحد هرسانتیمتر برای ۳۰ درجه اختیار شود).

۳) از روی نمودار معلوم کنید به ازاء چه مقدار از x مثلث ABC متساوی‌الساقین است و نیز معلوم کنید که آیا ممکن است مثلث ABC متساوی الاضلاع باشد یانه ؟

۴) از راه محاسبه نتایج قسمت ۳) را به دست‌آورید.

۱۷۳۹ ـ اولا هریك از عبارتهای زیر را ساده کنید .

$$y = \sin(-\frac{\pi}{2}-x)+\sin(\frac{5\pi}{2}+x)+$$
$$+\cos(-\frac{\pi}{2}+x)-\cos(\frac{3\pi}{2}-x)$$

$$z = tg(x+\frac{\pi}{2})+tg(x+\frac{3\pi}{2})+tg(x-\frac{5\pi}{2})+$$
$$+tg(\frac{\pi}{2}-x)$$

ثانیاً معلوم کنید که درازاءچه مقدارکلی ازکمان x داریم

$$yz = \frac{z}{y}$$

ثالثاً به فرض $\sin x = \frac{3}{5}$ و x کمان منفرجه ، مقدار $\cos(x+y)$ را پیدا کنید .

کلاس پنجم ریاضی

۱۷۴۰ ـ خط D به معادلهٔ $y=ax+b-4$ و خط Δ به معادلهٔ $y=(a-2)x+b+2$ مفروض است .

۱) مقادیر a و b راچنان معلوم کنید که دو خط D و Δ در نقطهٔ به عرض ٤ بریکدیگر عمود باشند .

۲) به فرض $a=1$ و $b=5$

الف ـ دوخط D و Δ رادریك‌دستگاه محورهای‌مختصات رسم کنید .

ب ـ اگر A نقطهٔ تلاقی دو خط D و Δ باشد نقطهٔ B را بر نیمسازربع‌اول‌محورها تعیین کنید که مساحت مثلث ABO برابر با ۱۷٫۵ واحد سطح باشد .

ج ـ به فرض (٤ و ۳) A و (۵ و ۵) B نقطهٔ C را تعیین کنید بنابرآنکه O مرکز دایرهٔ محاطی مثلث ABC باشد (نوع داخلی یا خارجی دایرهٔ محاطی را معلوم کنید)

۱۷۴۱ ـ چند جمله‌ای f(x) از درجهٔ m را چنان پیدا کنید که برمشتق خودش بخش پذیر باشد و در ضمن داشته باشیم $f(1)=0$ و $f(0)=1$

(فرستنده : علی شیعه بیگی دانشجوی فنی)

۱۷۴۲ ـ اولاً از دستگاه

$$(1)\quad \begin{cases} \sin^2 x+\cos^2 y=a \\ \cos^2 x-\sin^2 y=b \end{cases}$$

مقادیر $\cos 2x$ و $\cos 2y$ را برحسب a و b به دست آورید

ثانیاً اگر $M(a \text{ و } b)$ نقطه‌ای واقع درصفحهٔ محورهای مختصات باشد ، مکان M رامعلوم کنید، برای آنکه دستگاه(۱) ممکن باشد

ثالثاً ـ به فرض $a=\frac{5-\sqrt{3}}{4}$ و $b=\frac{1+\sqrt{3}}{4}$

مقادیر کلی کمانهای x و y راپیدا کنید (E.P.M)

۱۷۴۳ ـ دوصفحهٔ P و Q درخط Δ متقاطعند و دوصفحهٔ R و S به ترتیب صفحه‌های نیمسازداخلی وخارجی فرجهٔ حاصل می باشند

۱) خطی موازی باصفحهٔ R صفحه‌های P و S و Q را به ترتیب در M و N و K قطع می کند، ثابت کنید که N وسط MK است

۲) خطی چهارصفحهٔ P و Q و R و S را به ترتیب در A و B و C و D قطع می کند وفرض می کنیم فاصله‌های A و B از Δ به ترتیب a و b باشد ، ثابت کنید :

$$\frac{CA}{CB}=\frac{DA}{DB}=\frac{a}{b}$$

(ابراهیم صادقی اهری ـ دبیردبیرستانهای آباده)

۱۷۴۴ ـ دوصفحهٔ P و Q بریکدیگرعمودند و A و B دونقطه ازفصل مشترك آنها می‌باشد . درصفحهٔ P به قطر AB نیمدایرهٔ (Γ) رارسم کرده ونقطهٔ دلخواه M رابرآن اختیار می کنیم و تصویرقائم M را بر صفحهٔ Q با m می‌نمائیم . در صفحهٔ Q نقطهٔ S راغیرواقع بر AB وغیرواقع برعمود منصف AB اختیارکرده دایرهٔ محیطی مثلث ABS رارسم می کنیم و نقطهٔ تلاقی دیگر Sm راباین دایره M′ می‌نامیم . اگر α زاویهٔ SM باصفحهٔ P باشد

۱) ثابت کنید $tg^2\alpha=\frac{mM'}{Sm}$

۲) نقطهٔ M را بر (Γ) چنان تعیین کنید که زاویهٔ α ماکزیمم باشد . (E.P.M)

کلاس ششم طبیعی

۱۷۴۵ ـ اولاً ثابت کنید که شرط لازم وکافی برای آنکه دایرهٔ به مرکز $C(\alpha \text{ و } \beta)$ وبه شعاع R درنقطهٔ به‌طول a برمحور x′x مماس باشد آن است که :

$$(\alpha=a \text{ و } |\beta|=R)$$

وشرط لازم وکافی برای آنکه دایرهٔ مزبور دریك نقطهٔ به عرض b بر y′y مماس باشدآن است که $(\beta=b \text{ و } |\alpha|=R)$

ثانیاً معادلهٔ دایره‌ای رابنویسید که درنقطهٔ به طول ٤ ـ بر x′x مماس بوده مرکز آن برخط به معادلهٔ $y=x+2$ واقع باشد ، این خط ودایره رادریك دستگاه محورهارسم کنید.

۱۷۴۶ ـ مطلوب است حل معادلهٔ مثلثاتی زیر و تعیین جوابهای کلی آن

$$2\sin^2 x=1+\sin 3x$$

کلاس ششم ریاضی

۱۷۴۷ ـ اولا در تابع $y=\frac{ax^2+bx+c}{x^2-2x+2}$ ضرایب a و b و c راچنان تعیین کنید که اگربفرض منحنی نمایش تابع دارای سه نقطهٔ عطف باشد این سه نقطه برخط بـه معادلهٔ $y=x-\frac{9}{4}$ واقع باشند

ثانیاً جدول تغییرات و منحنی (C) نمایش هندسی تابع $y=\frac{x^2+2x-5}{x^2-2x+2}$ را رسم کنید

ثالثاً معادلهٔ مثلثاتی زیرمفروض است

$$(1-m)\sin^2 u-2(m+1)\cos u+3m+4=0$$

الف ـ مستقیماً آنرا حل وبحث کنید

ب ـ بافرض $\cos u=x$ ازروی منحنی (C) حل وبحث معادله را نتیجه بگیرید

۱۷۴۸ ـ معادلهٔ زیرمفروض است (نسبت به مجهول x)

$$2\cos 2x-4\cos\varphi\cos x+4\cos^2\varphi-1=0$$

۱) ثابت کنید φ هرچه باشد معادلهٔ بالادارای جواب است

۲) صورت کلی همهٔ جوابهای معادله را پیداکنید (E.P.M)

۱۷۴۹ ـ اولابرای اینکه یك عدد سه‌رقمی بر ۱۷ بخش پذیرباشد چه رابطه‌ای باید بین ارقام آن برقرار باشد .

ثانیاً ثابت کنید کـه اگر عدد $\overline{abc}$ مضرب ۱۷ بـاشد عدد $(2a-c)^2+2b^2$ نیزمضرب ۱۷ خواهد بود

۱۷۵۰ ـ عددی دورقمی پیداکنید که اگرآنرا به عکس ترتیب بنویسیم عدد مجذورآن نیزبه عکس ترتیب نوشته شود

(فرستنده : قوام نحوی دبیردبیرستانهای اهواز)

۱۷۵۱ ـ عددی دو رقمی چنان تعیین کنید که در مبنای

$\overline{ba}$ به‌صورت $\overline{ab}$ ودرمبنای ۳ به‌صورت $\overline{bbbb}$ نوشته شود .

(هوشنگ کیان ارثی ـ اهواز)

۱۷۵۲ـ در دایرهٔ به مرکز O وبه‌شعاع R درقطرعمود برهم AA' و BB' رسم شده است . نیمخط متغیر Ox که‌در داخل زاویهٔ AOB تغییرمکان می‌دهد عمودمنصف OA را در I قطع می‌کند ودایرهٔ به‌مرکز I ومماس بر OA با (I) نامیده می‌شود .

۱) مرکزهای تجانس‌های مستقیم‌ومعکوس دودایرهٔ (O) و (I) راپیداکنید

۲) Ox راچنان رسم‌کنید که دایرهٔ (I_1) نظیر آن بر دایرهٔ (O) مماس باشد وطول شعاع دایره (I_1) رابرحسب R به دست آورید .

(G.P.B)

۱۷۵۳ ـ مکان‌هندسی کانونهای مقطع مخروطی را تعیین کنیدکه دایرهٔ اصلی ویك نقطه ازآن معلوم وثابت می‌باشد .

(B.P.G)

۱۷۵۴ ـ اولاً درصفحهٔ P باشیب ۱ که بامقیاس شیب نموده شده است ؛

۱) نقطهٔ b_1 رابه‌فاصلهٔ ۲ سمت راست مقیاس شیب ونقطهٔ c_2 را سمت راست نقطهٔ B چنان تعیین کنیدکه $BC=5$ باشد

۲) نقطهٔ d_3 راتعیین کنیدبنابرآنکه اندازهٔ زاویهٔ BCD برابر با 120° باشد

۳) نقطهٔ a_3 را چنان پیدا کنیدکه AD نیمسازیکی از زاویه های دوخط AB و AC باشد

ثانیاً درصفحهٔ قائمی که‌بر BC می گذرد نقطهٔ S راچنان بیابیدکه مثلث BCS متساوی‌الساقین ودرزاویهٔ C قائمه باشد، رقوم نقطهٔ S را تا ۱ر. تقریب پیدا کنید

۱۷۵۵ ـ دو نقطهٔ aa' و bb' به فاصلهٔ $AB=4$ و بریك افقیه واقع اند . ملخص مربع مستطیل ABCD رارسم کنید بنابرآنکه‌قطر AC ازآن جبهیه بوده وبه‌طول $AC=5$ باشد .

مکانیك ـ فیزیك وشیمی

برای دانش آموزان دورهٔ دبیرستان و داوطلبان کنکور

۱۷۵۵ ـ مکرر یك‌گرم کربنات یك فلز دوظرفیتی را بـه شدت تکلیس کرده وگازحاصل ازعمل راوارد محلول ۸ر. نرمال آب‌آهك می‌کنیم ، ملاحظه می‌شودکه cc۲۵ ازمحلول فوق‌الذکرراخنثی می‌نماید . فلزدوظرفیتی مجهول راتعیین کنید

(ح . جواهری دبیردبیرستانهای کازرون)

۱۷۵۶ـ دریك‌آب سنج $40cm^3$ مخلوط متان ، اتیلن وهیدرژن وارد‌ساخته وبعد $130cm^3$ اکسیژن وارد می‌کنیم. پس ازایجاد جرقه وسرد نمودن ، حجم گازباقیمانده $94cm^3$ می‌باشدکه $56cm^3$ آن قابل جذب پطاس وبقیه قابل جذب‌فسفر می‌باشد .

۱ ـ معادلات سوختن را بنویسید . ۲ ـ حجم هریك‌از گازهارا درمخلوط پیداکنید

(ترجمهٔ هوشنگ شریف‌زاده)

۱۷۵۷ـ محلولی از اسید به فاکتور f_1 با محلول باز به فاکتور f_2 کاملا خنثی می‌شود ، تعیین کنید فاکتور محلول حاصل را

فرستنده : { یعقوب سلامت ابراهیمی به‌نقل ازآقای‌کوشا
علی صدقیانی زاده ازتبریزبه نقل ازآقای طبیب‌زاده

حل مسئلهٔ «مسلمان وکافر» (مذکور درصفحهٔ ۳۶ شمارهٔ ۱۰)

این مسئله ازمسئله های قدیمی ومعروف است ودرآثار ریاضیدانهای مسلمان تحت عنوان «مسلمان ویهودی» یا «مسلمان‌وکافر» ودرآثارریاضیدانهای مسیحی‌تحت عنوان«مسیحی ویهودی» یا «مسیحی‌وترك» نقل‌شده است و در ضمن هرگروه جواب آن را به‌شعرنیز بیان داشته‌اندکه ازنقل‌آن خودداری می‌شود.

جواب مسئله به‌این ترتیب است که افرادحلقه‌ای که برای قرعه‌کشی تشکیل می‌شود . از شمارهٔ ۱ تا ۳۰ به ترتیب عبارت باشد از : ۴ م ـ ۵ ك ـ ۲ م ـ ۱ ك ـ ۳ م ـ ۱ ك ـ ۱ م ـ ۲ ك ـ ۲ م ـ ۳ ك ـ ۱ م ـ ۲ ك ـ ۲ م ـ ۱ ك (م = مسلمان . ك = کافر)

مسائل امتحانات (ریاضی - فیزیك وشیمی) کلاسهای دورهٔ دوم دبیرستانها (آذر ۴۳)

(مسائلی که تا تاریخ دهم دیماه به‌ادارهٔ مجله رسیده‌است درهردرس به‌ترتیب الفباء (نام دبیرستان) درج می‌شود)[1]

کلاس چهارم طبیعی

الف - جبر

دبیرستان آذر

۱۷۶۰ - صحت تساوی مقابل را ثابت کنید.

$$\sqrt{9-4\sqrt{2}}+\sqrt{9+4\sqrt{2}}=\sqrt{32}$$

۱۷۶۱ - کسر مرکب مقابل راساده کنید.

$$\frac{\dfrac{3a^2-a^4}{1-3a^2}+1}{\dfrac{3a-a^3}{1-2a^2}-a}$$

۱۷۶۲ - مخرج کسر مقابل‌را گویا کنید. عبارات‌رامحاسبه وخلاصه کنید

$$\frac{5-\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}$$

۱۷۶۳ - نامعادلهٔ مقابل را حل کنید.

$$\frac{2x-5}{8}-\frac{3x+6}{5}>\frac{3(3x-1)}{20}$$

دبیرستان البرز

۱۷۶۴ - عبارت جبری زیررا ساده کنید

$$\frac{1}{a+b}+\frac{a}{b^2+a(a+b)}+\frac{b}{a^2+b(a+b)}-\frac{ab}{a^3-b^3}$$

۱۷۶۵ - کسر اصم را گویا کنید

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+1}$$

۱۷۶۶ - حاصل عبارت اصم‌زیررا تعیین کنید

$$(x+y)(\sqrt{x}+\sqrt{y})-\sqrt{\frac{4}{xy}}\left(\frac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}\right)$$

۱۷۶۷ - عبارت جبری زیررا به حاصلضرب عوامل‌اول تجزیه کنید

$$5x^5-5x(5^2x^2-12^2)$$

دبیرستان خوارزمی

۱۷۶۸ - کسرزیرراساده کرده وبازاء $a=2$ و $b=16$ مقدارعددی آنرا حساب کنید

$$\frac{5\times a^{-\frac{2}{3}}b^{-\frac{1}{3}}(2xy^2)\times 5^{-\frac{1}{2}}}{b^{-\frac{2}{3}}\times\sqrt{5}\times a^{-\frac{1}{3}}}$$

۱۷۶۹ - حاصل عبار زیر را پیدا کنید.

$$\sqrt{200}+3\sqrt{12}+2\sqrt{68}-\sqrt{27}-10\sqrt{8}$$

۱۷۷۰ - مخرج کسرهای زیررا گویا کرده وسپس‌حاصل آنها را پیدا کنید

$$\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{3}}-2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$$

۱۷۷۱ - عدد خارج رادیکال را داخل رادیکال ببرید

$$\frac{3}{4}\sqrt[3]{\frac{4}{3}}$$

۱۷۷۲ - اعداد زیر رادیکال را از رادیکال خارج کنید

$$\sqrt[3]{\frac{64\times 8\times 9\times 3}{216\times 125}}$$

۱۷۷۳ - مخرج کسرزیررا گویا کنید

$$\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

۱۷۷۴ - اگر $a^2+b^2=1$ باشد ثابت کنید

$$a^6+b^6+3a^2b^2=1$$

۱۷۷۵ - صحت تساوی زیررا تحقیق کنید

$$\sqrt{7+2\sqrt{6}}=1+\sqrt{6}$$

۱۷۷۶ - حاصل عبارت زیررا بدست‌آورید

$$\frac{4x^2-(x-3)^2}{9(x^2-1)}-\frac{x^2-9}{(2x+3)^2-x^2}+\frac{(2x-3)^2-x^2}{4x^2-(x+3)^2}$$

۱۷۷۷ - عبارت زیررا بایك رادیکال بنویسید

$$\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$$

دبیرستان هدف

۱۷۷۸ - کسرزیررا بساده‌ترین صورت خود تبدیل کرده سپس‌آنرابازاء $a=\sqrt{3}$ و $b=\sqrt{2}$ و $x=\sqrt{12}$ و $y=\sqrt{8}$ حساب کنید

$$\frac{(ax-by)^2-(bx-ay)^2}{(ax+ay)-(bx+by)}$$

---

۱ - شیوهٔ نگارش عبارات به‌همان صورت که در اوراق پلیپی کپی بوده، محفوظ مانده است

۱۷۷۹ـ مخرج کسر $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ را گویا کنید

۱۸۸۰ـ حاصل عبارات زیر را بطور ساده بدست آورید .

$$\sqrt{x^3-x^2y-x^2}\sqrt{\frac{9}{x}+\frac{9y}{x}}+\frac{5}{x}\sqrt{x^5-x^4y}$$

۱۷۸۱ـ نامعادلهٔ $\frac{ax-9}{3}-\frac{1}{4}(a-x)>\frac{3a}{4}$ را حل وبحث کنید

دبیرستان هدف۳

۱۷۸۲ـ اگر $x=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ و $y=\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$ باشد مطلوبست محاسبهٔ عددی عبارت

$$z=\frac{x^2+xy+x^2}{x^2-xy+y^2}$$

۱۷۸۳ـ عبارت زیر را باقوای مثبت ورادیکالی بنویسید وساده کنید

$$(x^{-1}y^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}}y^{-1})\times(x^{\frac{1}{2}}y^{-1})(x^{-1}y^{\frac{1}{3}})$$

۱۷۸۴ ـ علامت عبارت $4x^4-12x^3-x^2+3x$ را تعیین کنید

۱۷۸۵ـ کسر زیر را ساده کنید

$$\frac{a^3-5a^2+7a-3}{a^3-3a+2}$$

۱۷۸۶ـ صحت تساوی $\frac{2\sqrt{9+\sqrt{65}}}{\sqrt{19}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{19}+\sqrt{3}}{2\sqrt{9-\sqrt{65}}}$ را ثابت کنید

۱۷۸۷ـ مطلوبست حل وبحث نامعادلهٔ زیر:

$$\frac{3x-1}{m}+\frac{x}{m-1}>\frac{5x+3}{m^2-m}$$

ب ـ مسائل هندسه

دبیرستان آذر

۱۷۸۸ـ ثابت کنید در هر مثلث متساوی الساقین دو میانه وارد بردوساق برابرند

۱۷۸۹ـ فاصلهٔ مرکز دایره‌ای تا وتری از آن مساوی نصف وتراست مقدار قوس آن وتر را حساب کنید

دبیرستان هدف۱

۱۷۹۰ـ مثلث متساوی الاضلاع ABC و دایرهٔ محیطی آنرا رسم میکنیم نقطهٔ M را روی کمان BC اختیار کرده روی MA پاره خط MD=MC را جدا میکنیم .

اولا ـ اندازهٔ هریك از زوایای مثلث MDC را حساب کنید .

ثانیاً ـ ثابت کنید دومثلث ADC و BMC متساویند.

۱۷۹۱ـ مثلث ABC و نقطهٔ M واقع بر روی ضلع BC مفروض است ازنقطهٔ M خطوط MB' و MC' رابترتیب بموازات AB و AC رسم میکنیم امتداد C'B' امتداد CB را درنقطهٔ F قطع میکند ثابت کنید

$$\overline{MF}^2=FB\cdot FC$$

۱۷۹۲ـ خط AB رابطول ۶ سانتیمتر رسم کرده کمانی درخور $\alpha=45^\circ$ بر دوسر پاره خط AB بگذرانید . (طرز ترسیم را بنویسید) .

دبیرستان هدف ۳

۱۷۹۳ـ از نقطهٔ P واقع برروی دایرهٔ O بقطر AB خط PM را برقطرعمود میکنیم دوایری باقطار AM و BM خطوط PA و PB رادر E و F قطع میکنند ثابت کنید که شکل PEMF مستطیل است و EF برهردو دایره مماس است .

۱۷۹۴ـ سه نقطهٔ O و A و B بهمین ترتیب برخط راست Δ قراردارند از A و B دوخط بموازات هم رسم تاخطی راکه از O رسم میشود در C و D قطع کنند ازنقطهٔ D بموازت BC میکشیم تاخط Δ رادر E قطع کند ثابت کنید OB واسطه هندسی است بین OA و OE

دبیرستان هدف ٤

۱۷۹۵ـ دردایره O مثلث ABC را محاط کرده ودو نیمساز زوایای B و C رارسم میکنیم تا یکدیگررا در نقطه N و دایره را درنقاط B' و C' قطع کنند اگر از A به B' و C' وصل کنیم ثابت کنید که اولا دوزاویهٔ $\widehat{B'AC'}$ و $\widehat{B'NC'}$ مساویند ثانیاً AN عمود بر B'C' است .

ج ـ مسائل فیزیك

دبیرستان آذر

۱۷۹۶ـ یك کرهٔ فلزی بشعاع ۵ راکه وزنش ٤ کیلوگرم است به کرهٔ فلزی توخالی دیگری که شعاعش ۱۰ ووزن آن ۳ کیلوگرم است متصل میکنیم محل مرکز ثقل دستگاه راپیدا کنید

۱۷۹۷ـ موتوری است بتوان ۱٫۹۶ کیلو وات اولا با این موتور چند مترمکعب آب را میتوانیم ازچاهی بعمق ۱۰ متر درساعت بالا بیاوریم ثانیاً ـ چه مقدار کار در ۱۰ دقیقه این موتور انجام میدهد .

۱۷۹۸ـ ارابهٔ بوزن ۵۰۰ کیلوگرم درسطح شیب داری که زاویه آن ۳۰ درجه است قرار گرفته وآنرا بوسیلهٔ طنابی بچرخ چاهی که درانتهای سطح شیب داراست وصل کرده‌ایم اگر کارگری بوسیلهٔ چرخ چاه ارابه را بالابیاورد نیروی کارگررا حساب کنید درصورتیکه قطر چرخ ٤۰ وطول دسته چرخ ۰٫۶ متر باشد ازنیروی اصطکاك صرف نظر شده

دبیرستان هدف شماره ٤

۱۷۹۹ـ برای آنکه جسمی بوزن ۲۵۰ کیلوگرم روی سطح افقی که ضریب اصطکاك آن ۰/۰۱۵ است بتواند با نیروی ۲۲٫۵ کیلوگرم حرکت کند چه نیروئی باید بر آن وارد آورد؟

۱۸۰۰ـ موتورالکتریکی ازچاهی بعمق ۶۰متر ۵ متر مکعب آب بالا آورده توان موتور ۱ اسب بخار وراندمان آن ۰٫۸ میباشد زمان لازم برای انجام کار بالا را حساب کنید

۱۸۰۱ـ برای بالا بردن جسمی بوزن ۱۰۰ کیلوگرم روی سطح شیبدار بزاویه ۳۰° و بطول ۱۵متر ۶۰ کیلوگرم نیرولازمست اولاکاریکه کارگرانجام داده چقدراست ثانیاً نیروی اصطکاك را بدست آورید

۱۸۰۲ـ کارگری بوسیلهٔ چرخ چاهی که طول بازوی آن ۵۰ سانتیمتر وشعاع استوانهٔ آن ۲۵ سانتیمتر است میخواهدجسمی بوزن ۶۰ کیلوگرم را بالاآورد درصورتیکه راندمان ۰٫۸ باشد نیروی کارگر چقدر باید باشد .

د ـ مسائل شیمی

دبیرستان آذر

۱۸۰۳ـ دوگرم پرمنگنات دوپتاس ناخالص را بااسید کلرئیدریك مجاور میسازیم گازی متصاعد میشود که حجم آن در شرایط متعارفی ۰٫۵۶ لیتراست . اولا درجهٔ خلوص پرمنگنات را حساب کنید ثانیاً این گاز را به چهارقسمت مساوی تقسیم میکنیم وآزمایشهای زیررا انجام میدهیم .

الف ـ یك قسمت آن راوارد محلول کلرور فرو نموده و بعدبآن سود سوزآور میریزیم جرم رسوب چقدر است .

پ : قسمت دیگر از این گاز کلر را در محلول انیدرید سولفورو واردمینمائیم وبعدبآن کلرور باریم $\frac{1}{2}$ مولکول گرم در لیتر میافزائیم چه حجم کلرور باریم مصرف میشود .

ج ـ یك قسمت دیگر را با گاز ئیدرژن ترکیب میکنیم حساب کنید چه مقدارسود دومولکول گرم در لیتر برای خنثی نمودن اسیدلازم است .

د ـ قسمت دیگر را با گاز آمونیاك مجاور میسازیم فرمول فعل وانفعال را بنویسید .

دبیرستان دخترانه مرجان

۱۸۰۴ـ مقداری روی را دراسید سولفوریك گرم وغلیظ حل مینمائیم ۴٫۴۸ لیتر گاز SO_2 حاصل میشود وزن روی را محاسبه کنید ومعین نمائید همین مقدارروی درچند گرم سودحل خواهد شد وحجم ئیدرژن بدست آمده را محاسبه نمائید

۱۸۰۵ـ آلیاژی است ازدوفلز یکی نقره ودیگری آهن بر آن اسید کلرئیدریك میافزاییم ۴٫۴۸ لیتر گاز تولید میشود درآزمایش دیگری برهمین مقدار ازآلیاژ اسید سولفوریك گرم وغلیظ علاوه میکنیم ۶۷۲CC گازتولید میشود مقدار هریك ازدو فلزرادرآلیاژ پیدا کنید .

دبیرستان هدف ٤

۱۸۰۶ـ ۱٫۷۴ گرم بی اکسید منگنزرا بااسید کلریدریك کافی ترکیب نموده ایم . ازاینعمل چه حجم گاز درشرایط متعارفی بدست میآید . اگر اسید کلرئیدریك مصرف شده ۷۳ گرم درلیتر باشدچه حجم اسید بکاررفته است . اگر گازحاصل ازاینعمل راوارد محلول گاز سولفورو نموده وکلرور باریم کافی اضافه نمائیم چه وزن رسوب حاصل میشود .

۱۸۰۷ـ برای تعیین غلظت یك محلول اسید کلرئیدریك ۲۵۰ سانتیمتر مکعب ازآنرا تحت اثر مقدارلازم محلول نیترات نقره قرار داده ایم . از اینعمل ۰٫۲۸۸ گرم رسوب سفید رنك بدست آمده است . غلظت محلول اسید را تعیین کنید .

کلاس چهارم ریاضی

الف ـ جبر

دبیرستان آذر

۱۸۰۸ـ بازاء چه مقدارازP عبارت $x^4-4Px^3+4x-16P$ بر $x-2$ قابل قسمت است .

۱۸۰۹ـ رادیکال مقابل را به رادیکال ساده تبدیل کنید

$$\sqrt{2x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}$$

۱۸۱۰ـ حاصل ضرب عبارت زیرراحساب نموده جواب رابصورت ریشگی (رادیکال) بنویسید

$$(4x^2+1)^{\frac{1}{3}}\times(4x^2+1)^{-\frac{1}{2}}$$

۱۸۱۱ـ نا معادلهٔ زیرراحل کنید

$$\frac{(x-4)(x+1)}{(x-3)(x+5)}>1$$

۱۸۱۲ـ مخرج کسرزیر راگویا کنید

$$\frac{1}{3+\sqrt[4]{5}}$$

۱۸۱۳ـ معادلهٔ اصم زیررا حل نموده جواب سارجی را حساب کنید .

$$\sqrt{x^2+16}+x=\frac{40}{\sqrt{x^2+16}}$$

دبیرستان خوارزمی

۱۸۱۴ـ بازاء چه مقدار m عبارت x^4+x^3+mx+1 بر $x+2$ قابل قسمت است

۱۸۱۵ـ حاصل عبارت $(\sqrt{8}-\sqrt[3]{12}-\sqrt[4]{2}):2\sqrt{2}$ را بدست آورید

۱۸۱۶ـ مخرج کسرهای $\frac{6}{\sqrt[3]{2}+\sqrt{3}}$ و $\frac{1}{\sqrt[3]{3}+\sqrt[3]{2}-1}$ را گویا کنید

۱۸۱۷ـ معادلهٔ زیر را حل و بحث کنید

$$\frac{\sqrt[n]{a+x}}{a}+\frac{\sqrt[n]{a+x}}{x}=\sqrt[n]{x}$$

۱۸۱۸ ـ اگر $f(x)=f(x-1)+x^3$ باشد اولا $f(n)$ را معلوم کنید ثانیاً مجموع مکعبات n عدد اولیهٔ متوالی طبیعی زیر را معین کنید

$$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+\cdots\cdots+n^3$$

دبیرستان هدف ۱

۱۸۱۹ـ عبارت مقابل را ساده کنید .

$$\frac{1-\frac{5}{a^2-4}}{1+\frac{6+\frac{25}{a-2}}{a+2}}$$

۱۸۲۰ـ عبارت مقابل را محاسبه و ساده کنید

$$(\sqrt{50}+\sqrt[3]{108})(5\sqrt{2}-3\sqrt[3]{4})$$

۱۸۲۱ـ عبارت مقابل را محاسبه کنید .

$$-5(x^{-\frac{2}{3}}y^2)^{-3}:(x^{\frac{1}{3}}y^{-3})^2$$

۱۸۲۲ـ مخرج کسر مقابل را گویا کنید .

$$\frac{\sqrt{5-\sqrt{2}}\times\sqrt[4]{2}}{\sqrt{5-\sqrt{2}}-\sqrt[4]{2}}$$

۱۸۲۳ـ معادلهٔ مقابل را حل کنید

$$\sqrt{x+5}-\sqrt{x}=\sqrt{4x-15}$$

۱۸۲۴ـ معادلهٔ مقابل را حل و بحث کنید .

$$\frac{x-1}{5}+\frac{x+1}{2a-1}=\frac{2}{a-3}$$

دبیرستان هدف ۳

۱۸۲۶ـ درستی تساوی زیر را تحقیق کنید

$$\sqrt{\frac{3-2\sqrt{2}}{17-12\sqrt{2}}}-\sqrt{\frac{3+2\sqrt{2}}{17+12\sqrt{2}}}=2$$

۱۸۲۷ـ ثابت کنید معادلهٔ درجهٔ سوم $x^3+3abx+a^3-b^3=0$ همواره بر $x+a-b$ قابل قسمت است سپس ریشه‌های دیگر را بدست آورید

۱۸۲۸ ـ مقدار پارامترهای p و q را چنان تعیین کنید که $x^4+qx^3-3x^2+px+8$ بر $(x-1)(x+2)$ قابل قسمت باشد

۱۸۲۹ـ کسر زیر را بساده‌ترین صورت خلاصه کنید

$$\frac{x^3-x+x^2-1}{x^2y+2xy-x^2-2x+y-1}$$

۱۸۳۰ـ درستی رابطهٔ زیر را تحقیق کنید هرگاه داشته باشیم .

$$\begin{cases}-4=z(1-2x)-(x+y)\\ x^2+y^2+z^2=7\end{cases}$$

$$-\frac{x^3-(z-y)^3}{x^2+x(z-y)+(z-y)^2}+\frac{(z-y)^3+x^3}{z-y+x}+\frac{x^3+(z+y)^3}{x+y+z}=10$$

۱۸۳۱ـ معادلات اصم زیر را حل کنید

$$5\sqrt[3]{x^3+24}+\sqrt[3]{(x^3+24)^2}+6=0$$

$$\frac{2x}{4-\sqrt{16+x}}-\frac{3x}{4+\frac{1}{x}\sqrt{\frac{16x^3+x^4}{x}}}=4$$

۱۸۳۲ـ کسرهای زیر را گویا کنید

$$\frac{1}{\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{56}+\sqrt[3]{49}} \text{ و } \frac{3}{\sqrt[4]{3}+\sqrt{2}}$$

$$\frac{5}{\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}} \text{ و } \frac{2}{\sqrt[6]{3}-\sqrt[6]{2}}$$

۱۸۳۳ـ دستگاه دومعادله دو مجهولی زیر را حل کنید

$$\begin{cases}x+y+xy=5\\ x+y=\frac{6}{xy}\end{cases}$$

دبیرستان هدف شماره ۴

۱۸۳۴ـ معادله

$$(m-1)x^3-(4m+1)x^2+3(3m+2)x-8m=0$$

مفروض است اولا m را چنان تعیین کنید که یکی از ریشه‌های معادلهٔ فوق $x=1$ باشد .

ثانیا بازاء $m=2$ معادله را حل کرده و ریشه‌های دیگر آنرا بدست آورید .

۱۸۳۵- a و b و c را چنان تعیین کنید که عبارت $ax^3+bx^2+cx+24$ بر x^2-5x+6 قابل قسمت باشد وباقیماندهٔ تقسیم آن بر $x-1$ مساوی ۱۰ شود .

۱۸۳۶- معادلهٔ زیررا حل کنید .

$$\frac{1}{a-x}-\frac{a}{a^2-x^2}-\frac{b-x}{a^2+2ax+x^2}=0$$

۱۸۳۷- درستی تساوی زیررا ثابت کنید .

$$\frac{y}{5}\sqrt[m]{(5x)^{m+1}+y^{-m}}\times(5x)^{-\frac{1}{m}}$$

$$=x^{\frac{7}{24}}\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x}}}$$

۱۸۳۸- معادله اصم زیر را حل کنید .

$$\frac{x}{(x+1)(\sqrt[3]{x}-1)}+\frac{2x^2\sqrt[3]{x}-x\sqrt[3]{x^2}-2x^2}{x^2-1}$$

$$=\frac{2x}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x}+1}$$

ب - مسائل هندسه

دبیرستان البرز

۱۸۳۹- مطلوبست مکان هندسی رأس چهارم متوازی الاضلاعی که محیطش مقدار ثابتی باشد ودوضلع مجاور آن بر دوخط مفروض Δ و Δ' قرارداشته باشند

۱۸۴۰ - درمثلث ABC ارتفاع AH را رسم کرده و نقاط B' و C' قرینه‌های نقطه H را نسبت به AB و AC تعیین میکنیم خط $B'C'$ اضلاع AB و AC را در M و N قطع میکند ثابت کنید AH نیمساز زاویهٔ $\widehat{MHN}$ است .

۱۸۴۱- اگر درمثلث قائم الزاویه‌ای یکی اززوایا ۷۵ درجه باشد نسبت طولهای وتر به ارتفاع وارد بروتر چقدراست؟

دبیرستان اندیشه

۱۸۴۲- نقطهٔ M برامتداد قاعدهٔ BC ازمثلث متساوی - الساقین ABC واقع است . ثابت کنید که تفاضل فواصل این نقطه ازدوساق مقداری است ثابت .

۱۸۴۳ - از مثلث متساوی الساقینی زاویهٔ بین دو ساق و محیط معلوم است . مثلث رارسم کنید .

۱۸۴۴- ازذوزنقه‌ای طول هریك از ٤ ضلع معلوم است ، آنرا رسم کنید .

دبیرستان خوادزمی

۱۸۴۵ -- از مثلثی سه میانه معلوم است آنرا رسم کنید

۱۸۴۶- از نقاط E و F که بترتیب دروسط اضلاع AB و AC ازمثلث ABC واقع‌اند دوعمود EM و FN را درخارج مثلث براین دوضلع اخراج میکنیم بطوریکه $EM=\frac{AB}{2}$ و $FN=\frac{AC}{2}$ باشد نقاط M و N را بیکدیگر و بنقطهٔ P وسط BC وصل میکنیم ثابت کنید مثلث MNP قائم الزاویه متساوی- الساقین است

۱۸۴۷- بین روابط $\begin{cases} x=2\sin\alpha+\cos\alpha \\ y=\sin\alpha-\cos\alpha \end{cases}$ پارامتر α راحذف کنید

دبیرستان هدف ۱

۱۸۴۸- ازچهارضلعی محاطی ABCD ضلع $AB=m$ $CD=l$ وزاویه $\widehat{A}=\alpha$ وزاویه $\widehat{B}=\beta$ میباشد چهارضلعی را رسم کنید .

۱۸۴۹- اتحاد مثلثاتی

$$\frac{1+\cos x}{1-\cos x}-\frac{1-\cos x}{1+\cos x}=\frac{4\cot g x}{\sin x}$$

را حل کرده و اگر $\cot g x=\frac{3}{4}$ باشد مقدار عددی دوطرف اتحاد را بدست آورید

۱۸۵۰- مثلث ABC مفروض است نقطه K را روی BC طوری اختیار می‌کنیم که $KC=2BK$ باشد نقطه M را روی AC اختیار کرده محل تلاقی BM و AK را F نامیده اگر $BF=FM$ باشد ثابت کنید $AM=MC$ است .

دبیرستان هدف ۳

۱۸۵۱- خط Δ ونقطه O ودایره (C) داده شده‌اند بر خط Δ نقاطی بدست آورید که قرینه‌هایشان نسبت به O روی دایره (C) باشد . (درجوابهای مسئله بحث کنید)

۱۸۵۲- سه خط D و D_1 و D_2 درنقطه G متقاطعند و نقطه A روی خط D قرار دارد مطلوبست رسم مثلثی که A یك رأس آن بوده وسه خط میانه‌های آن باشند

۱۸۵۳- دو مثلث قائم الزاویه ABC و $A'B'C'$ طوری مفروضند که $A=A'=90^\circ$ $AB=A'B'$ و $C>C'$ ثابت کنید $BC>B'C'$

۱۸۵۴- از مثلثی دوزاویه ویك نیمساز معلومند مثلث را رسم کنید .

دبیرستان هدف شمارهٔ ٤

۱۸۵۴ـ در مثلث ABC ، OC و OB نیمسازهای داخلی زاویه $\hat{C}$ و $\hat{B}$ میباشند ثابت کنید که

$$\widehat{BOC}=۹۰+\frac{A}{۲}$$

۱۸۵۵ـ در مثلث ABC زاویه A منفرجه است ثابت کنید که میانه AM ازنصف BC کوچکتر است

۱۸۵۶ـ درمثلث ABC دومیانه BM و CN نظیردو ضلع AC و AB بریکدیگرعمودند اگر AL میانه ضلع‌سوم مثلث باشد صحت دورابطهٔ زیررا ثابت کنید .

$$\overline{AC}^{۲}+\overline{AB}^{۲}=۵\overline{BC}^{۲}$$
$$AL^{۲}=BM^{۲}+CN^{۲}$$

ج ـ متمم حساب

دبیرستان آذر

۱۸۵۷ـ درصورتیکه داشته باشیم .

$$z=\frac{\sqrt[۲]{ab}\times\sqrt[۵]{\frac{c^{۲}}{a}}}{\sqrt[۳]{\left(\frac{a}{b}\times\frac{c}{b}\right)^{۲}}}$$

مطلوبست محاسبهٔ $\log z$ برحسب لگاریتمهای a و b و c

۱۸۵۸ـ مطلوبست محاسبه کسر زیر با استفاده از جدول لگاریتم اعشاری .

$$\frac{۲٫۳۲۵}{\sqrt[٤]{۱۸۲٫٦\times(۱٫۰۱)^{۳}}}$$

۱۸۵۹ـ مطلوبست حل معادله زیر .

$$\log_{۲}\left\{۲+\log_{۲}[۱+\log_{۲}(x-۲)]\right\}=۱$$

۱۸۶۰ـ مطلوبست محاسبه $\log_{۲۶}۷۹٤$

بااستفادهٔ ازجدول لگاریتم اعشاری

دبیرستان الرز

۱۸۶۱ـ مطلوبست حل معادله یك مجهولی زیر

$$\sqrt{\log_{x}\sqrt{۵x}\times\log_{۵}x}=-۱$$

۱۸۶۲ـ مطلوبست حل دستگاه دومجهولی زیر

$$\begin{cases}\dfrac{۸^{(۲x+۱)}}{۲^{(٤y-۱)}}=۳۲\\[2ex]\dfrac{\sqrt{۲۵^{(۲y+۱)}}}{۵^{(x-y)}}=۵\end{cases}$$

۱۸۶۳ـ مطلوبست محاسبه $\log z$ درصورتیکه داشته‌باشیم

$$z=\left[\frac{۵\sqrt{x\sqrt[۳]{(x^{۲}-y^{۲})^{۲}}}}{y\sqrt{x}}\right]^{۲}$$

۱۸۶۴ـ مطلوبست محاسبه مقدار L بااستفاده ازجدول لگاریتم اعشاری

$$L=\frac{۸٦٫٤۲\sqrt{۱۲۳٫۵}}{\sqrt[۳]{۷۰٫۷۹}\times(۹۱٫۲۸)^{۲}}$$

۱۸۶۵ـ مطلوبست محاسبه K بااستفاده‌ازجدول لگاریتم اعشاری

$$K=\log_{۱۹}۲۸٫۲۷$$

دبیرستان هدف ۱

۱۸۶۶ـ حاصل عبارت

$$\log_{\sqrt{۲}}۲\sqrt{۲}-۳\log_{۵}۱۲۵+\log_{۱۰}۰٫۰۰۱=?$$

راپیدا کنید .

۱۸۶۷ـ اگر $\log ۲=۰٫۳۰۱۰۳$ و $\log ۳=۰٫٤۷۷۱۲$ باشد مطلوب است محاسبه $\log ۷۲۰$

۱۸۶۸ـ مطلوب است محاسبه x ازرابطه

$$\log_{۲}\sqrt{x-٤}+\log_{۳}\sqrt{x+٤}=۱$$

۱۸۶۹ ـ اگر $\log a=\bar{۱}٫۵۲۳۷۱$ و $\log=\bar{۱}٫۳۲۵۱۲$ باشد لگاریتم عبارت $\frac{a\sqrt[٤]{b}}{b}$ راحساب کنید .

۱۸۷۰ ـ معادله $۵^{y}-۱=\frac{۲۰}{۵^{y}}$ راحل کنید .

۱۸۷۱ـ دستگاه دو معادله دومجهولی زیرراحل کنید .

$$\begin{cases}\log(x+۳y)-\log(y+x+۲)=۰\\ ٤^{x-۵y}=۱٦\end{cases}$$

دبیرستان هدف ۳

۱۸۷۲ـ دستگاه دومعادله دومجهولی زیرراحل کنید .

$$\begin{cases}۲^{۳x-٤y}=۸\\ ۳\log\sqrt[۳]{۳x-۲y+۱۵}+۲\,\mathrm{colog}\sqrt{۲x-y+۱}=\log ۳\end{cases}$$

۱۸۷۳ ـ مطلوبست تعیین x درمعادلات زیر

$$(\sqrt{2+\sqrt{3}})^x+(\sqrt{2-\sqrt{3}})^x=4$$

$$7^{2x-4}-9\times 7^{x-2}=-14$$

$$\log_3 x^2+\log_{\frac{1}{3}} x^2+\log_9 x^2+\log_{x^2} x^2=2$$

$$8+8^{-x}=\frac{65}{8}$$

$$\log(x-5)=\log 81-2\log 3+\operatorname{colog} 27+2+\log\frac{3}{25}$$

بدون استفاده ازجدول x راتعیین نمائید

۱۸۷۴ ـ مطلوبست تعیین A درعبارت زیر تایکصدم تقریب

$$A=\frac{\sqrt[7]{(36926{,}5)^3}\cdot\sqrt[4]{0{,}02629}}{\sqrt[5]{(6{,}25896)^2}\cdot(13{,}7)^2}$$

د ـ مسائل فیزیك

دبیرستان خوارزمی

۱۸۷۵ ـ گلولهٔ آهنی بوزن ۴۱٫۸ کیلوگرم از ارتفاع یك کیلومتری رها میشود درصورتی که تمام انرژی پتانسیلی آن هنگام برخورد بزمین به انرژی جنبشی تبدیل شود ـ سرعت جسم را در موقع برخورد بزمین حساب کنید
(کیلوگرم متر = ۹٫۸ ژول) .

۱۸۷۶ ـ یك واگون بوزن ۹۰۰ کیلو گرم بوسیله یك کابل هوائی بازاویهٔ ۳۰ درجه بوسیلهٔ موتور برقی ببالای کوه کشیده میشود و ۹۰۰ متر راه می‌پیماید .

اولاً ـ کارانجام شده چقدراست .

ثانیاً ـ ارتفاع کوه را از محلی که کابل کشیده‌شده حساب کنید :

ثالثاً ـ توان موتور را برحسب کیلووات‌حساب کنید ـ در صورتی که راندمان آن نود درصد(۹۰٪)باشد واین‌عمل ۸دقیقه و ۱۰ ثانیه طول کشیده باشد (کیلوگرم متر = ۹٫۸ ژول)

۱۸۷۷ ـ دونفر تخته‌ای‌بوزن ۴ کیلو گرم وبطول۳متررا ازطرفین گرفته وصندوقی بوزن ۲۴ کیلو گرم را روی‌آن حمل میکنند ـ صندوق را درکجای تخته بایدقرار داد تایکی ازآنها ۸ کیلوگرم ودیگری ۲۰ کیلوگرم را تحمل نماید .

۱۸۷۸ ـ ۲ سانتیمترمکعب ازمایع A و۱۱سانتیمترمکعب ازمایع B جمعاً ۳۶ گرم وزن دارد ـ و ۵سانتیمتر مکعب ازمایع A و۱۸ سانتیمتر مکعب ازمایع B جمعاً ۸۲٫۴ گرم وزن‌دارد چگالی مایع A را نسبت به مایع B حساب کنید.

دبیرستان هدف شماره ۴

۱۸۷۹ ـ دونیروی $F_1=8kg$ و $F_3=2kg$ که‌موازی وغیر هم جهت میباشند بدو نقطه A وB جسمی که ۱۲cm از هم فاصله دارند اثرمیکند مقدار ومحل‌نقطه اثر نیروی برآیند را پیداکنیدوشکل آنرا رسم نمائید .

۱۸۸۰ ـ جسمی بوزن P کیلوگرم را بطور قائم‌باسرعت ۲۸ متر برثانیه بطرف‌بالا رها میکنیم‌حساب‌کنید تاچه‌ارتفاعی بالامیرود (ازمقاومت هوا صرفنظر میکنیم) .

۱۸۸۱ ـ جسمی‌بوزن ۳۰۰ kg رادرروی‌سطح‌شیب‌داری بشیب ۱۲ درصد بوسیله چرخ چاهی‌که دربالای سطح شیب‌دار بدون اصطکاك فرض‌شود.

اولا نیروئیکه لازم‌است این‌جسم رابالا بکشیدچقدراست،

ثانیاً اگر شعاع دسته چرخ‌چاه ۴۲cm وشعاع استوانه‌آن ۲۱cm وراندمان آن ۹۰٪ باشد مقدار نیروی کارگر راکه بدسته چرخ وارد شده حساب‌کنید .

۱۸۸۲ ـ موتوری‌تلمبه‌ای‌را برای بالاآوردن‌آب‌ازچاهی بعمق ۱۲۰ متربکار میاندازد ودرهر دقیقه ۲مترمکعب آب از دهانه چاه خارج میشود درصورتیکه راندمان موتور ۸۰ درصد باشدتوان‌آنرا بحسب اسب بخار وکیلووات حساب‌کنید.

هـ ـ مسائل شیمی

دبیرستان آذر

۱۸۸۳ ـ دوگرم بی‌اکسیددومنگنز ناخالص را بااسید کلرئیدریك مجاور میسازیم گازی متصاعد میشودکه حجم‌آن در شرایط متعارفی ۰٫۴۴۸ لیتر است ،

اولا درجه خلوص بی‌اکسیددومنگنز رابدست‌آورید.

ثانیاً این گازرا بدوقسمت مساوی تقسیم میکنیم و با آن دوآزمایش زیررا انجام میدهیم .

الف ـ یك‌قسمت‌آن‌راوارد محلول سودسرد ورقیق‌مینمائیم وبمحلول حاصل ابتداء سولفیت‌دوسود وبعد بآن ۱۰۰ سانتیمتر مکعب کلروربادیم میافزائیم فرمول فعل وانفعال را نوشته‌جرم رسوب وغلظت‌کلرور باریم رابدست آورید.

ب ـ قسمت دیگر را وارد محلول یدور دوپتاس‌مینمائیم وبآن چسب نشاسته میافزائیم رنگ محیط چیست ؟ علت‌آن را توضیح دهید . وبرای ازبین بردن این رنگ درآزمایشگاه از چه جسمی استفاده میشود ؟ فرمولهای مربوط رابنویسید .

دبیرستان دخترانه مرجان

۱۸۸۴ ـ ۲٫۸ گرم‌را دراسید سولفوریك گرم وغلیظ‌حل میکنیم حجم‌گاز حاصلرا معین نمائید . گاز بدست‌آمده راوارد درمحلول سود مینمائیم تاکاملا باسود ترکیب شود معین کنیددر این‌عمل چه مقدار سود مصرف خواهدشد .

۱۸۸۵ ـ ۵۰C.C. اسیداگزالیك‌رادرمحیط‌اسیدسولفوریك باپرمنگنات پطاسیم‌ترکیب مینمائیم ۱۰۰CC پرمنگنات پطاسیم $\frac{1}{20}$ نرمال دراین‌عمل‌مصرف میشود فاکتور، غلظت وزنی ، غلظت ملکولی‌اسیداگزالیك رامعین کنید وفرمول‌فعل‌وانفعال‌رابنویسید.

کلاس پنجم طبیعی

الف ـ جبر

دبیرستان آذر

۱۸۸۶ـ نقاط $A(۳و٤)$ و $B(٦و۹)$ مفروض اند اولا معادلهٔ خط AB را بنویسید وآنرا رسم کنید . ثانیاً مختصات وسط AB وطول قطعه خط AB را حساب کنید .

۱۸۸۷ـ معادلهٔ خطی‌را که‌از نقطهٔ $D(٦-و٥)$ گذشته وبر خط $۲x-۳y+۱=۰$ عمود باشد بنویسید وهمچنین معادله خطی را که از نقطه D با خط مفروض موازی باشد بنویسید .

۱۸۸۸ـ مقدار m را بقسمی تعیین کنید که طول نقطهٔ تلاقی دو خط $۷x-۲y=۲$ و $y=(۲m-۷)x$ برابر ۲ باشد سپس دوخط رادریکدستگاه محورهای مختصات رسم کنید.

۱۸۸۹ـ مقدار a راطوری‌تعیین کنید که دوخط بمعادلات $(a+۱)x-۲a=۲y$ و $۳y=٥a-۳ax-۱$ اولامتوازی ثانیاً برهم عمود باشند .

دبیرستان البرز

۱۸۹۰ـ نقاط $A(٦و۲)$ و $B(۰و٤)$ و $C(۲و-۳)$ سه رأس مثلثی میباشند :

الف ـ مساحت مثلث را حساب کنید

ب ـ معادلات سه عمود منصف اضلاع مثلث رابنویسید

ج ـ تحقیق کنید که این سه عمود منصف در یك نقطه متقاربند .

۱۸۹۱ـ نقطه A روی محور طولها وبطول ۳ و نقطهٔ B روی محورعرضهاوبعرض ٤ ونقطه C روی‌خط $y=۳x+۲$ وبطول α سه رأس مثلث ABC میباشند .

الف : مختصات نقطهٔ G محل تلاقی سه میانه مثلث ABC راحساب کنید .

ب : معادله مکان هندسی نقطهٔ G (محل تلاقی سه‌میانه مثلث) را وقتی‌که α تغییر میکند تعیین نمائید

۱۸۹۲ـ $A(-۲و۳)$ و $B(٥و۰)$ مفروض‌اندمختصات نقطهٔ D قرینه نقطهٔ $C(-۱ و -۱)$ را نسبت به پاره خط AB تعیین کنید .

دبیرستان هدف ۱

۱۸۹۳ـ نقاط $A(۲و٤)$ و $B(-\frac{۱۷}{۲} و \frac{۱}{۲})$ مفروض است مختصات نقطه N رابین AوB بقسمی تعیین کنید که $\frac{AN}{NB}=\frac{۲}{٥}$ باشد .

۱۸۹۴ـ معادله خطی‌رابنویسید که ازنقطه $N(-۱و۳)$ گذشته وباخط $x+۲y=۰$ موازی باشد .

۱۸۹۵ـ دوخط (d) و (d') بمعادلات $y=\frac{x+۱۰}{۳}$ و $x+۲y=٥$ را روی دستگاه متعامد xoy رسم کنید . مختصات تلاقی دوخط (d) و (d') رابا یکدیگر N و بامحور های مختصات MوD مینامیم مختصات D و M و N راحساب کنید .

۱۸۹۶ـ اگرمحورهارا بموازات خود بنقطه $N\left|\begin{matrix}-۱\\ ۳\end{matrix}\right.$ انتقال دهیم معادله $y=\frac{x+۱۰}{۳}$ را نسبت بدستگاه جدید بنویسید .

۱۸۹۷ـ m راطوری تعیین کنید که خط $(۲m-۱)x+۲my=٥$ از نقطهٔ $P(۳و۱)$ بگذرد . شکل $PONA$ رارسم کنید ونتیجه بگیرید مستطیل است .

دبیرستان هدف شماره ۴

۱۸۹۸ـ معادلات اضلاع مثلثی بترتیب زیر می‌باشند

$$\begin{cases} AB \rightarrow ۳y-۲x=۷ \\ AC \rightarrow x-۱=۰ \\ BC \rightarrow ۳y+۲x+۱=۰ \end{cases}$$

اولا این سه خطرا رسم کنید ومختصات سه رأس مثلث را بدست آورید .

ثانیاً تحقیق کنید که مثلث ABC متساوی‌الساقین است ومساحت آنرا بدست آورید .

ثالثاًمختصات رأس چهارم چهارضلعی $ABCD$ رابدست آورید وتحقیق کنید که این چهار ضلعی لوزی است .

رابعاً درصورتیکه محورهای مختصات رابه‌نقطه M وسط AC منتقل کنیم معادلات جدید اضلاع مثلث را بنویسید .

۱۸۹۹ ـ اولا دو خط بمعادلات $۲x+۳y=۳$ و $(a+۱)x-۳ay=٥a$ مفروضند اولا a را بقسمی تعیین کنید که این دوخط موازی وثانیاً a راطوری پیدا کنید که این دوخط برهم عمود باشند ثالثاً a را بقسمی پیدا کنید که دوخط فوق باخط $x-۳y=۰$ متقارب باشند .

ب ـ مثلثات

دبیرستان آذر

۱۹۰۰ـ گراد $\widehat{AB}=50$. اندازهٔ کمان $\widehat{AB}$ را بر حسب درجه ورادیان حساب کنید

۱۹۰۱ـ اتحاد مثلثاتی مقابل را ثابت کنید

$$tg^2x-Sn^2x=\frac{Sn^4x}{cos^2x}$$

۱۹۰۲ـ اگر $tga=\sqrt{8}$ باشد وانتهای کمان x درربع سوم باشد مطلوبست سایرخطوط مثلثاتی a

۱۹۰۳ـ مطلوبست محاسبهٔ عددی عبارت

$$tg315^\circ sin30^\circ cotg315^\circ cos315^\circ+cotg120^\circ sin330^\circ$$

۱۹۰۴ـ درستی اتحاد مثلثاتی مقابل را تحقیق کنید .

$$tgx\cdot tgy(cotgx+cotgy)=tgx+tgy$$

دبیرستان خوارزمی

۱۹۰۵ـ مطلوبست تعیین زاویهٔ x درصورتیکه

$$tgx=-\sqrt{3} \quad \text{یا} \quad cosx=-\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{یا} \quad sinx=-\frac{1}{2}$$

۱۹۰۶ـ ثابت کنید عبارت زیر به x بستگی ندارد

$$sin^6x+cos^6x+3sin^2xcos^2x$$

۱۹۰۷ـ درستی اتحاد زیررا تحقیق کنید

$$\frac{1}{co^6x}-tg^6x=1+\frac{3tg^2x}{cos^2x}$$

۱۹۰۸ـ مطلوبست تعیین رابطه بین a و b درصورتیکه

$$\begin{cases}\frac{1}{cosx}=a\\ tgx=b\end{cases}$$

۱۹۰۹ـ اگر $sinx=\frac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ باشدمطلوبست محاسبه

$$2sinxcosx$$

۱۹۱۰ـ مطلوبست مقدارعددی عبارات زیر

$$\frac{sin120+cos150+2tg120cotg240}{3sin^2210-tg135-2cotg315-2cos^2330}$$

$$\frac{2sin\frac{5\pi}{6}+cos^2\frac{11\pi}{6}+tg^2\frac{2\pi}{3}-cotg\frac{5\pi}{3}}{2sin\frac{3\pi}{4}cos\frac{3\pi}{4}}$$

۱۹۱۱ـ اگر $x=\frac{\pi}{6}$ باشدمطلوبست محاسبهٔ $2sinxcosx$

و $2cos^2x-1$ و $1-2sin^2x$ و $\frac{2tgx}{1-tg^2x}$

دبیرستان هدف ۱

۱۹۱۲ـ مطلوبست محاسبهٔ عبارت

$$\frac{3tgxsiny-5cosxtgy}{3sinxcosy}$$

وقتی $tgx=2$ و $cosy=\frac{\sqrt{5}}{3}$ باشد (انتهای قوس y درناحیهٔ اول و x درناحیهٔ سوم)

۱۹۱۳ـ خطوط مثلثاتی $\frac{5\pi}{6}$ را حساب کنید .

۱۹۱۴ـ درستی تساویهای زیرراتحقیق کنید .

$$sin18^\circ cos72^\circ-cos162^\circ sin72^\circ=1$$

$$\frac{1+2sin\alpha cos\alpha}{sin^2\alpha-cos^2\alpha}=\frac{tg\alpha+1}{tg\alpha-1}$$

۱۹۱۵ـ عبارت زیرراساده کنید .

$$tg^2(\alpha-360^\circ)sin^2(\alpha-90^\circ)+cos^2(360^\circ+\alpha)$$
$$-2sin(180^\circ-\alpha)sin(90^\circ+\alpha)$$

دبیرستان هدف۳

۱۹۱۶ـ درصورتیکه $cos\alpha=-\frac{4}{5}$ وانتهای کمان α در ربع دوم و $sin\beta=-\frac{24}{25}$ و انتهای کمان β درربع سوم باشد مطلوبست محاسبهٔ عددی عبارت زیر

$$A=\frac{4tg\alpha-7tg\beta}{3cos\beta+sin\alpha}$$

۱۹۱۷ـ صحت اتحاد زیرراثابت کنید

$$(tg\alpha+cotg\alpha)^2=\frac{1}{sin^2\alpha}+\frac{1}{cos^2\alpha}$$

۱۹۱۸ـ صحت رابطهٔ زیرراثابت کنید

$$tg350^\circ cos20^\circ-2cotg100^\circ sin250^\circ$$
$$-3tg190^\circ cos160^\circ=0$$

۱۹۱۹ـ معادلهٔ زیررا حل کرده وجواب بین صفر و 2π رابدست آورید .

$$sin(2x+\frac{3\pi}{8})+cos(\frac{\pi}{8}-2x)=-1$$

دبیرستان هدف۴

۱۹۲۰ـ اندازهٔ کمان 15° و 35° را به گراد ورادیان تبدیل کنید .

۱۹۲۱ـ بافرض اینکه $tg\alpha=\frac{5}{12}$ وانتهای کمان دربخش سوم باشد بقیهٔ نسبتهای مثلثاتی کمان α را محاسبه کنید .

۱۹۲۲ـ درستی اتحاد زیررا تحقیق کنید

$$\frac{cos^2x-sin^2y}{sin^2xsin^2y}=cotg^2xcotg^2y-1$$

۱۹۲۳ـ تحقیق کنید که عبارت $\frac{4\cos^2 x + 3\sin^2 x}{6 + 2\cos^2 x}$ برابر با $\frac{1}{2}$ است .

۱۹۲۴ـ مقدار عبارت $\frac{\sin 120^\circ \cos 240^\circ - tg 30^\circ cotg 300^\circ}{cotg 120^\circ tg 240^\circ - \sin 30^\circ \cos 300^\circ}$ را حساب کنید .

ج ـ فیزیك وشیمی

دبیرستان آذر

۱۹۲۵ـ شعاع آینهٔ مقعری ۲۰cm ، جسم روشن AB را به‌چه فاصله ازاین آینه باید قراردهیم تا فاصله آن ازتصویر حقیقی‌اش ۴۸cm شود ؟

۱۹۲۶ـ زاویهٔ رأس منشوری °۶۰ وقتی نور تحت زاویهٔ °۶۰ باین منشور بتابد زاویهٔ انحراف مینیمم خواهد بودضریب شکست ومقدارزاویهٔ مینیمم انحراف راپیدا کنید .

۱۹۲۷ـ همگرائی عدسی‌محدبی ۵ دیوپتری است اولاً جسمی رابچه فاصله‌ازاین‌عدسی بایدقراردهیم تا طول‌تصویرآن $\frac{1}{4}$ طول جسم شود ثانیاً عدسی مقعر نازك دیگری راکه فاصله کانونیش ۱۰cm است به آن می‌چسبانیم همگرائی کل و فاصله کانونی دستگاه را پیدا کنید

۱۹۲۸ـ آلیاژی ازنقره‌ومس‌را دراسیدنیتریك حل‌میکنیم به‌نصف‌محلول‌حاصل کلرورسدیم‌اضافه میکنیم ۱٫۴۳۵ گرم‌رسوب سفیدرنك‌تولید شده‌است نصف دیگرمحلول را با محلول‌آمونیاك مولکول‌گرم درلیتربمقدار زیادترکیب میکنیم دراین عمل ۶۰ سانتیمترمکعب محلول‌آمونیاك مصرف‌شده حساب کنیدوزن‌آلیاژ چقدر بوده است .

۱۹۲۹ـ ۵٫۵۶ گرم‌سولفات فرومتبلور (SO^4Fe, xH^2O) رادر آب حل میکنیم و حجم محلول را بیك لیتر میرسانیم بر ۱۰۰ سانتیمتر مکعب محلول در مجاورت اسید سولفوریك پرمنگنات پتاسیم دسی‌نرمال میافزائیم دراین عمل ۲۰ سانتیمتر مکعب‌پرمنگنات‌پتاسیم دسی‌نرمال‌احیاء میشود تعداد مولکولهای آب‌را دریك مولکول سولفات فروحساب کنید

دبیرستان‌خوارزمی(دبیر، پیرو)

۱۹۳۰ ـ روشنائی روی صفحه‌ای که در ۴ متری منبع نوری قرارگرفته است ۲۰لوکس است اولا شدت نورمنبع را حساب کنید . ثانیاً اگراشعهٔ نورانی باامتداد عمود برصفحه زاویهٔ °۶۰ بسازد مقدار روشنائی درسطح آن چقدراست

۱۹۳۱ـ ظرفی را تا ارتفاع ۲۸٫۲ سانتیمتر پرازمایع شفافی بضریب شکست $n = \sqrt{2} = 1.41$ می کنیم اگر یکبار بطورعمود ودفعهٔ دیگر تحت زاویهٔ °۴۵ بآن نگاه کنیم عمق ظاهری ظرف را حساب کنید

۱۹۳۲ـ شعاع آئینهٔ مقعری۲متراست قطر تصویرخورشید را در آن محاسبه کنید در صورتیکه قطر ظاهری خورشید ۳۲ دقیقه است .

۱۹۳۳ـ درمقابل آئینهٔ مقعری به‌فاصلهٔ کانونی ۱۵سانتیمتر جسمی عمودبرمحور اصلی آن قراردارد تصور حقیقی و۴برابر طول جسم است‌اولا محل تصویر راپیدا کنید ثانیاً در۰٫۵ متری این آئینه ، آئینهٔ محدبی به فاصلهٔ کانونی ۲۰cm بقسمی قرار میدهیم که محورهای اصلی دوآئینه برهم منطبق باشد محل‌تصویر آخری ونوع‌آن را تعیین کنید

دبیرستان مرجان

۱۹۳۴ـ فاصلهٔ یك شمع روشن از یك آئینهٔ‌مقعر۱۵cm و شعاع آن ۲۰cm است اولا فاصلهٔ تصویر را تا آئینه بدست آورید ونوع‌آنرا معین کنید . ثانیاًیك آئینهٔ تخت درمقابل‌آئینهٔ مقعر وبفاصله d=۲۵cm ازآن وعمود برمحوراصلی‌آن قرار میدهیم وضع تصویر جدید را نسبت به آینهٔ مقعر معلوم کنید . تصویررادردستگاه دوآینه رسم نمائید .

۱۹۳۵ـ در مسیر یکدسته اشعهٔ متقارب آینهٔ محدبی به شعاع۲۴سانتیمتر قرار میدهیم معین کنید نوع تصویر وفاصلهٔ‌آنرا تارأس آینه در دوحالت زیر :

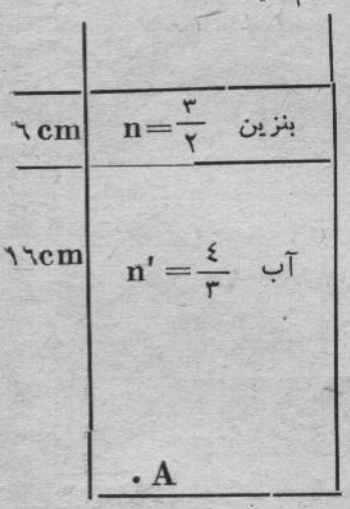
الف ـ نقطهٔ تلاقی اشعه متقارب بفاصلهٔ ۱۰cm از رأس آینه است .

ب ـ نقطهٔ تلاقی اشعهٔ متقارب بفاصلهٔ ۱۸cm از رأس آینه است .

تصویر را در حالت‌الف رسم کنید .

۱۹۳۶ـ باتوجه‌بشکل مقابل‌با محاسبه معلوم کنید : اولا هرگاه ناظری از بالای ظرف جسم A را تقریباً عمودی نگاه کند آنرا چقدر بالاتر خواهد دید .

ثانیاً اگردراین‌ظرف فقط آب باشد ارتفاع آن چقدر باید باشد تا بهمان اندازهٔ قبلی بالاتردیده شود.



مسیر یك شعاع راکه بچشم ناظر میرسد رسم کنید .

۱۹۳۷ ـ منشوری به زاویهٔ رأس $A = 60^\circ$ دارای زاویهٔ حد $\lambda = 45^\circ$ است حساب کنید :

اولا ضریب شکست آنرا . ثانیاً هرگاه نوری بازاویهٔ ۴۵° درجه به رخ اول منشور بتابد با چه زاویه‌ای ازرخ دوم خارج می‌شود زاویهٔ انحراف راحساب کرده ونتیجه بگیرید این انحراف مینیمم است .

دبیرستان هدف شماره ۴۵

۱۹۳۸ـ منشوریست بزاویهٔ رأس ۵ درجه وضریب شکست $\frac{۳}{۲}$ شعاع نورانی تحت زاویهٔ ۳ درجه باین منشور میتابد تعیین کنید زاویهٔ انحراف وزاویهٔ خروجی را

۱۹۳۹ـ همگرائی یك عدسی محدب ۱۰ دیوپتری جسمی رابفاصله ۸ سانتیمتر ازمرکز ضوء این عدسی قرارمیدهیم بزرگنمائی عدسی را دراین حالت حساب کنید .

۱۹۴۰ـ یك عدسی محدب بفاصلهٔ کانونی ۴۵ سانتیمتر و یك آئینهٔ تخت را بهم چسبانیده وجسمی را روی مرکز عدسی قرار میدهیم فاصلهٔ آخرین تصویررا از دستگاه محاسبه نمائید .

۱۹۴۱ـ شیشه‌ای بضخامت ۶ میلیمتر وضریب شکست ۱٫۵ رادرامتداد عمود برسطح آن نگاه میکنیم ضخامت شیشه چقدر بنظر میرسد .

کلاس پنجم ریاضی

الف ـ جبر

دبیرستان آذر

۱۹۴۲ـ ـ تعیین کنید بازاء چه مقادیری از m معادلهٔ درجهٔ دوم $x^۲-۲(m-۲)x+۲m^۲-۱۵m-۸=۰$ دارای دوریشهٔ مثبت است .

۱۹۴۳ـ دستگاه دو معادلهٔ دومجهولی زیرراحل کنید

$$\begin{cases} x^۲+y^۲-xy=۷ \\ ۲x^۲+۳y^۲-۴xy=۶ \end{cases}$$

۱۹۴۴ـ محورهای مختصات را بموازات خود انتقال میدهیم تا مبدأ بنقطهٔ $O_۱(۱ \text{ و } ۱-)$ منتقل شود معادلهٔ جدید منحنی زیررا دردستگاه جدید تعیین کنید

$$x^۲+۲y^۲-۲x+۴y=۲$$

۱۹۴۵ـ مکان هندسی نقطه برخورد دوخط (D) و (D') بمعادلات $x-my=m$ و $mx+y=m-۱$ را تعیین کنید بخصوص مقادیری از x را تعیین کنید که منحنی مکان وجوددارد .

۱۹۴۶ـ دونقطه $A(۲\text{و}۱)$ و $B(-۳\text{و}-۲)$ را دورأس مقابل مربع $ACBD$ فرض میکنیم مختصات دورأس C و D را تعیین کنید .

۱۹۴۷ـ دونقطهٔ $A(۲\text{و}۱)$ و $B(-۳\text{و}-۲)$ مفروض‌اند فرض میکنیم P یکی ازنقاط خط (D) به معادلهٔ $y=x+۲$ باشد

اولا ـ معادلات PA و PB رابنویسید .

ثانیاً ـ مستقیماً ثابت کنید که هریك ازخطوط PA و PB از یك نقطهٔ ثابت می گذرند (وقتی نقطهٔ P خط D راطی کند) مختصات این دونقطه واتعیین کنید

دبیرستان البرز

۱۹۴۸ـ نقاط $B(-۴\text{و}۳)$ و $C(۱۲\text{و}-۵)$ مفروض است ازنقطه B خط $\Delta_۱$ را باضریب زاویه $+\frac{۳}{۱۴}$ و از نقطهٔ C خط $\Delta_۲$ را باضریب زاویهٔ $-\frac{۱۱}{۲}$ رسم میکنیم محاسبات زیر را انجام دهید :

الف ـ مختصات نقطهٔ A محل تلاقی خطوط $\Delta_۱$ و $\Delta_۲$

ب ـ مختصات نقطهٔ H پای ارتفاع AH در مثلث ABC

ج ـ تانژانت زاویهٔ A در مثلث MAH

د ـ مساحت مثلث MAH (M وسط BC است)

۱۹۴۹ ـ خط Δ بمعادله $\frac{x}{۱۲}+\frac{y}{۵}=۱$ محورطولها را درنقطه A ومحور عرضها را در نقطه B قطع کرده است ، از نقطهٔ A خطی موازی محورعرضها وازنقطهٔ B خطی با ضریب زاویه m $(m>۰)$ رسم شده است واین دوخط یکدیگر را در نقطهٔ C تلاقی کرده‌اند ، پارامتر m را درهریك ازدوحالت زیر تعیین کنید :

الف ـ $S_{ABC}=۱۷۴$

ب ـ $\frac{MA}{MB}=\frac{۱۱}{۵}$ (M محل تلاقی اقطار چهار ضلعی $OABC$ است)

۱۹۵۰ـ خط Δ بمعادلهٔ $ax+by+(a+b)=۰$ محور طولها را در نقطه P ومحور عرضها را در نقطهٔ Q تلاقی میکند و نقطهٔ $R\left(\frac{b}{a} \text{ و } \frac{a}{b}\right)$ مفروض است ، وقتیکه a و b مقادیر مختلف اختیار نمایند مکان هندسی نقطهٔ S رأس چهارم متوازی الاضلاعی راکه با OR و OG ساخته میشود تعیین نمائید (G مرکز ثقل مثلث PQR است)

۱۹۵۱ـ دستگاه دومجهولی زیررا حل کنید:

$$\begin{cases}\sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{17}{4}\\ \frac{x}{\sqrt{y}}+\frac{y}{\sqrt{x}}=\frac{65}{4}\end{cases}$$

۱۹۵۲ـ معادلهٔ اصم زیررا حل کنید

$$\sqrt[3]{x^4-2x^3-45x^2+44x-26}=2x-3$$

۱۹۵۳ـ مقدار m راچنان تعیین کنید که نا مساوی زیر بازاء جمیع مقادیر x برقرار باشد

$$(4-m)x^2-3x+4+m>0$$

۱۹۵۴ ـ سه نقطهٔ $A(-1\text{ و }1)$ و $B(5\text{ و }2)$ و $C(m-4\text{و}1-3m)$ مفروض اند

اولاً m راچنان تعیین کنید که مثلث ABC متساوی الساقین باشد $(AC=AB)$

ثانیاً اگر $m=2$ باشد مساحت مثلث ABC راحساب کنید .

ثالثاً به ازاء $m=2$ مختصات مرکز دایرهٔ محیطی مثلث ABC را بدست آورید

رابعاً بازاء $m=2$ و محور های مختصات را بموازات خود انتقال داده تا مبدأ مختصات به نقطهٔ G مرکز ثقل مثلث ABC منطبق گردد مختصات جدید A وB وC رابدست آورید

دبیرستان علوی (فرستنده ، اسدالله مس فروش ـ دبیر ، جزایری)

۱۹۵۵ ـ در روی محور طولها A را طوری انتخاب کنید که $OA=4$ باشد حال نقطهٔ M راروی خط $y=\sqrt{3}$ طوری انتخاب کنید که OA برOM عمود باشد وضریب زاویه های هریك ازدوخط OA وOM رابدست آورید

۱۹۵۶ ـ دو خط $D: 4x+3y-10=0$ و $\Delta': x-y+1=0$ مفروضند معادلهٔ خط D' را طوری تعیین کنید که Δ' منصف زاویهٔ D و D' باشد

۱۹۵۷ـ سه نقطهٔ $A(m-1\text{و}2)$ و $B(3\text{و}m)$ و $C(4\text{و}3)$ مفروضند M را طوری تعیین کنید که سه نقطه بر یك استقامت باشند .

۱۹۵۸ـ ثابت کنید که خط

$(m+1)x+(m-1)y+2=0$ بازاء جمیع مقادیر m ازنقطهٔ ثابتی میگذرد مختصات آن نقطه را بدست آورید

۱۹۵۹ـ $A(2\text{و}5)$ مفروض است خطی از A مرور دهید که بامحور ox درجهت مثبت زاویهٔ 60° درجه بسازد سپس از نقطهٔ A عمودی برآن خط اخراج کنید و نقطهٔ تلاقی این دو خط بامحور ox را M وN بنامید وسپس مساحت مثلث AMN رابدست آورید

دبیرستان هدف ۱

۱۹۶۰ـ دستگاه دو معادله دومجهول زیررا حل کنید .

$$\begin{cases}3x^2-3xy+y^2=1\\ x^2+5xy-y^2=7\end{cases}$$

۱۹۶۱ ـ حدود m را طوری تعیین کنید که نا معادلهٔ $4mx^2-(m+1)<0$ بازاء جمیع مقادیر x برقرارباشد.

۱۹۶۲ـ خط Δ بمعادله $y=2x+1$ ونقطه $D(3\text{و}1)$ مفروض است اولامختصات قرینهٔ نقطهٔ D رانسبت بخط Δحساب کنید . ثانیاً معادله خطی را بنویسید که از نقطهٔ D گذشته و خط Δ را در روی نیمساز ربع اول قطع کند ومعادلهٔ قرینهٔ این خط را نسبت بخط Δ بنویسید .

۱۹۶۳ ـ نقطهٔ A روی خط $y=x+2$ و فاصله اش تا مبدأ مختصات مساوی $\sqrt{10}$ است اولا مختصات نقطهٔ A را معلوم واگر نقاط بدست آمده رابه A_1 وA_2 نمایش دهیم مساحت مثلث OA_1A_2 را حساب کنید . ثانیاً بفرض اینکه نقاط $A_1(-3\text{و}-1)$ $A_2(3\text{و}1)$ دو سر قطر مربع $A_1B_1A_2B_2$ باشد مختصات نقاط B_1 وB_2 را حساب کنید .

دبیرستان هدف شماره ٤

۱۹۶۴ـ m را بطریقی تعیین کنید که نقطه $A(2\text{ و }3)$ روی خط معادلهٔ زیر واقع باشد

$$(m+1)y+(m-1)x+2m-3=0$$

۱۹۶۵ـ m رابطریقی تعیین کنید که فاصلهٔ نقطه $A(2\text{و}3)$ ازنقطهٔ $B(2m\text{و}m-3)$ برابر ۵ باشد .

۱۹۶۶ـ اگر بین x وy مختصات نقطه ای رابطه $9x^2+9y^2-24x-30y-13=0$ برقرار باشدچنانچه مبدأ رابه نقطه $o'(\frac{5}{3}\text{ و }\frac{4}{3})$ منتقل کنیم رابطه فوق بچه صورت تبدیل میشود .

۱۹۶۷ـ m را بطریقی تعیین کنید که نقاط $A(2m-1\text{ و }m)$ و $B(3m+1\text{و}2m+1)$ و $C(-5m\text{و}m-4)$ بریك استقامت واقع باشند .

۱۹۶۸ـ منحنی $y=\frac{2x+1}{1-x}$ مفروض است مبدأ را به نقطه $o'(\alpha\text{و}\beta)$ منتقل کردیم معادله جدید منحنی بصورت $XY=-3$ تبدیل شد αوβ راحساب کنید.

۱۹۶۹ـ فاصلهٔ نقطهٔ $A(۳و۶)$ را از خط مار بر $B(-۴و۰)$ که با محور xها زاویهٔ $\frac{\pi}{۴}$ میسازد تعیین کنید .

۱۹۷۰ـ نقاط $A(۱و۲)$ و $C(-۴و۳)$ مختصات دو سر قطر AC از مربع ABCD میباشد مختصات دو رأس دیگر چیست

۱۹۷۱ ـ تحقیق کنید که بازاء جمیع مقادیر m خط $(۲+m)x+(۱-۲m)y+m+۱=۰$ از نقطهٔ ثابتی میگذرد ومختصات این نقطه را پیدا کنید .

ب ـ مثلثات

دبیرستان آذر

۱۹۷۲ـ درستی رابطهٔ زیر را تحقیق کنید .

$$۱+\frac{۲tg^۲x}{cos^۲x}-\frac{۱}{cos^۴x}=tg^۴x$$

۱۹۷۳ـ جوابهای کلی هریك ازمعادلات زیر رابنویسید.

$$sin(۲x-\frac{\pi}{۳})=۰ \quad و \quad cos(x-\frac{\pi}{۴})=۱$$

$$sin(۴x+\frac{۳\pi}{۴})=۱$$

۱۹۷۴ـ معادلهٔ مثلثاتی زیر راحل کنید وجوابهای محصور بین صفر و ۲π را تعیین کنید .

$$tg^۲۲x+\sqrt{۳}\,tg۲x=۰$$

۱۹۷۵ـ معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید خواهید دید یکی از جوابها بستگی به m ندارد حدود m را تعیین کنید برای اینکه جواب دیگر معادله قابل قبول باشد

$$۲sinx-(۴m-۵)sinx+۲m-۳=۰$$

۱۹۷۶ـ درستی رابطهٔ زیر راتحقیق کنید .

$$sin۷۲^\circ+۲cos۱۹۸^\circ-۳sin۳۷۸^\circ-۳sin(-۱۸^\circ)-۵cos۱۹۸^\circ=۴cos۱۸^\circ$$

۱۹۷۷ـ a راچنان تعیین کنید که کسر زیر بستگی به x نداشته باشد و مساوی مقدار ثابتی گردد و مقدار ثابت را تعیین کنید .

$$\frac{(a-۲)sinx+(۲a-۱)cosx}{(a+۴)sinx+(۱-۵a)cosx}$$

دبیرستان البرز

۱۹۷۸ ـ α و β را برحسب رادیان $\begin{cases}\alpha+\beta=۱ \text{ درجه}\\ \alpha-\beta=۱ \text{ گراد}\end{cases}$ حساب کنید .

۱۹۷۹ـ اگر $tg\alpha=۰/۷۵$ وانتهای کمان γ در ربع سوم باشد حاصل عددی عبارت زیر را حساب کنید

$$K=tg۲۴۰^\circ\cdot\frac{[tg(\frac{۷\pi}{۲}-\gamma)-cotg(\frac{۷\pi}{۲}+\gamma)]^{\frac{۱}{۲}}}{۲[sin(\gamma+\frac{۹\pi}{۲})-cos(\gamma-\frac{۹\pi}{۲})]}$$

۱۹۸۰ـ معادلهٔ زیر را حل نموده و جوابهای بین صفر و ۲π راحساب کنید :

$$tg(۲x+\frac{\pi}{۳})+۲cotg(\frac{\pi}{۶}-۲x)=\sqrt{۳}$$

۱۹۸۱ـ درستی اتحاد زیر را تحقیق کنید :

$$[cos(\alpha-\frac{۱۱\pi}{۲})+cos(۱۲\pi-\alpha)][tg(\alpha+۱۱\pi)-tg(\frac{۱۳\pi}{۲}+\alpha)]+\frac{۱}{cos(\frac{۵\pi}{۲}+\alpha)}+\frac{۱}{sin(\alpha+\frac{۳\pi}{۲})}\to۰$$

دبیرستان خوارزمی (دبیر رجبی)

۱۹۸۲ـ میدانیم $۱۸۰^\circ<x<۲۷۰^\circ$ وداریم $tgx=\frac{۵}{۱۲}$ مطلوبست محاسبه سایر خطوط مثلثاتی کمان x

۱۹۸۳ـ بدون مراجعه بجداول مثلثاتی ولگاریتمی مقدار عبارت زیر را تادو رقم اعشاری محاسبه کنید

$$۴cos۸۹^\circ+sin۱۷۹^\circ+۲tg۱۸۱^\circ-۳sin۳۵۹^\circ+tg۷۰^\circ\times tg۲۰^\circ=?$$

۱۹۸۴ـ صحت تساوی زیر راتحقیق کنید

$$sin^۲atga+cos^۲acotga+۲sinacosa=tga+cotga$$

۱۹۸۵ ـ معادله $sin^۳x+cos^۳x=۱$ را حل کنید و جوابهای بین صفر و ۲π رامعین کنید

۱۹۸۶ـ اگر $asinxsiny+bcosxcosy=۰$ باشد ، تحقیق کنید که عبارت

$$\frac{۱}{asin^۲x+bcos^۲x}+\frac{۱}{asin^۲y+bcos^۲y}$$

بمقادیر x و y بستگی ندارد .

دبیرستان هدف ۱

۱۹۸۷ـ عبارت $sin^۴\alpha(۱-cotg^۲\alpha)-cos^۴\alpha(۱-tg^۲\alpha)$ را برحسب $tg\alpha$ تبدیل ومقدار عددی آنرا درازاء $tg\alpha=\sqrt{۲}+۱$ حساب کنید .

۱۹۸۸ـ مقدارعددی a رااز دو رابطهٔ زیرحساب کنید :

$$\begin{cases} \sin x + 2\cos x = a \\ 2\sin x - \cos x = a - 1 \end{cases}$$

۱۹۸۹ـ درستی این اتحاد مثلثاتی را ثابت کنید :

$$\frac{1}{2}\cot g^2\alpha \left[\frac{tg\alpha + \sin\alpha}{\cot g\alpha - \cos\alpha} + \frac{tg\alpha - \sin\alpha}{\cot g\alpha + \cos\alpha} \right] = tg^2\alpha + tg\alpha + 1$$

۱۹۹۰ـ بفرض اینکه درمثلث ABC :

$\sin(\frac{3\pi}{2} + A + B) = \cos(\frac{\pi}{2} - A - C)$ باشد ثابت کنید که مثلث قائم‌الزاویه است وزاویهٔ قائمه رامشخص کنید .

۱۹۹۱ـ ازدو سؤال زیرفقط یکی رابانتخاب حل کنید :

الف ـ اولا جوابهای معادله

$tg^2(x + \frac{\pi}{6}) - 3\cot g(\frac{\pi}{3} - x) + 2 = 0$ را بین‌صفر و 2π حساب کنید . ثانیاً بوسیله ترسیم در دایره مثلثاتی کمانهائی که که میتوانند جواب این معادله باشند مشخص کنید وفرمول کلی این کمانها رابنویسید .

ب ـ اولا تحقیق کنید بازاء چه مقادیر b عبارت $\frac{2 - 3b}{6}$ میتواند کسینوس زاویهٔ x گردد ثانیاً b را طوری تعیین کنید که زاویه $x = 45^\circ$ گردد .

دبیرستان هدف ۳

۱۹۹۲ـ اگر $tgx - \cot gx = \frac{8}{3}$ باشد خطوط مثلثاتی کمان x واقع درربع سوم راحساب کنید

۱۹۹۳ـ مقدار عددی عبارت

$tg3x + \cot gx + \sin 2x + \cos 4x$ را بازاء $x = 405^\circ$ حساب کنید

۱۹۹۴ـ اگر $tg22.5^\circ = \sqrt{2} - 1$ باشد مقدارعددی عبارت زیر راحساب کنید

$$\frac{\sin 202.5^\circ + \sin 112.5}{tg337.5 - tg67.5}$$

۱۹۹۵ ـ رابطه‌ای بدست آورید از a وb در صورتیکه میدانیم :

$$\begin{cases} tgx + \sin x = a \\ tgx - \sin x = b \end{cases}$$

۱۹۹۶ـ اتحاد زیرراثابت کنید

$$1 - \cot g^4 x = \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}$$

ج ـ مسائل هندسه

دبیرستان آذر

۱۹۹۷ـ خط Δ عمود برصفحهٔ P وخط Δ' موازی آن است‌خطی‌به‌طول l بموازات صفحه P متکی بر Δ وΔ' رسم کنید (بحث)

۱۹۹۸ـ برخط Δ که خارج صفحه P است . صفحه‌ای مانند Q بگذرانید که با صفحهٔ P زاویهٔ معلوم α بسازد (بحث)

۱۹۹۹ـ نقاط A وB و خط Δ دریك صفحه نیستند روی خط Δ نقطه‌ای‌مانند M تعیین کنید که $MA^2 - MB^2 = K^2$ باشد .

۲۰۰۰ـ مثلث متساوی‌الاضلاع ABC بضلع a مفروض است . ارتفاع AH را رسم میکنیم ونقطه O را روی این‌ارتفاع بطوری درنظرمیگیریم که $OH = \frac{a}{2}$ باشد ازO عمودی‌برصفحه مثلث اخراج مینمائیم و اول $HO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ را جدا میکنیم و DA را وصل مینمائیم اولا زاویه $\widehat{BDC}$ وطول DA راحساب کنید اگر K وسط DA باشد ثابت کنید که HK عمودمشترك خطوط BC وDA میباشد

دبیرستان البرز

۲۰۰۱ ـ مکان هندسی نقاطی راپیداکنید که از دو خط متقاطع Δ وD برابر بوده وبفاصلهٔ l از صفحهٔ مفروض P باشد (صفحه P متمایز ازصفحه Δ وD میباشد)

۲۰۰۲ـ دوصفحه عمودبرهم V وH مفروضند (V صفحهٔ قائم وH صفحه افق) درروی فصل مشترك این دوصفحه نقطه O را اختیارمیکنیم ـ ازنقطهٔ O عمود D را درصفحه V بر فصل مشترك رسم مینمائیم ـ در صفحهٔ H خطی مانند Δ از نقطهٔ O چنان رسم میشود که با فصل مشترك دو صفحه زاویهٔ 45° بسازد طول $OA = 2$ بر Δ و طول $OB = 2$ برD جدا می‌کنیم ـ از نقطهٔ A عمودی‌برOA درصفحهٔ H رسم میشود تا فصل‌مشترك را درنقطهٔ C تلاقی کند .

الف : زاویه $\widehat{AOB}$ وطول AB را محاسبه کنید

ب ، زاویه $\widehat{BAC}$ چقدر است (چرا)

ج : ثابت کنید دو مثلث $\widehat{BOC}$ و$\widehat{CAB}$ برابرند

د : مکان هندسی وسط پاره‌خط غیر مشخصی‌را پیداکنید که بردوخط AB وOC، متکی باشد

هـ ـ اگر نقطهٔ A برخط Δ تغییر مکان داده و نقطهٔ B ثابت باشد مکان هندسی محل تلاقی میانه‌های مثلث AOB را پیدا کنید .

دبیرستان خوارزمی

۲۰۰۳ـ برخط مستقیم D که باصفحهٔ P در نقطهٔ O متقاطع است وبرصفحهٔ P عمود نیست صفحه‌ای مرور دهید که زاویه‌اش با صفحهٔ P مساوی با α باشد .

۲۰۰۴ ـ دو نقطهٔ A و B در یکطرف و در خارج صفحه P و صفحهٔ P مفروضند مطلوبست مکان هندسی نقاطی از صفحهٔ P مانند M که اگر از آن نقاط به A و B وصل کنیم میل خطوط MA و MB نسبت بصفحهٔ P باهم برابر باشد .

دبیرستان هدف ۱

۲۰۰۴ـ خطوط متنافر α و β و γ مفروضند خطی رسم کنید که خطوط مزبور را در A و B و C قطع کند بطوریکه نقطهٔ C وسط AB باشد .

۲۰۰۵ـ خطوط موازی d و Δ مفروض‌اند از خط d صفحه‌ای مرور دهید که از Δ بفاصله h باشد (بحث)

۲۰۰۶ـ فرجهٔ PQ ونقطهٔ A مفروض است از نقطهٔ A صفحه‌ای مرور دهید که برصفحه Q عمود باشد وباصفحهٔ P زاویهٔ α بسازد . (بحث)

دبیرستان هدف ۳

۲۰۰۷ـ از نقطهٔ مفروض A خطی رسم کنید که خط Δ را قطع کند وبرخط مفروض Δ' عمود باشد

۲۰۰۸ـ دومثلث متساوی‌الساقین ABC و A'BC که در قاعده BC مشترك میباشند (غیرواقع دریك صفحه) مفروضند ثابت کنید پاره خط AA' بر BC عمود است

۲۰۰۹ـ مثلث قائم‌الزاویهٔ ABC ($A=90^\circ$) مفروض است ازرأس A عمود AD را بر صفحهٔ مثلث اخراج کرده واز D به B و C وصل میکنیم همچنین از A عمود AH را بر صفحهٔ DBC فرود میآوریم ثابت کنید :

اولا نقطهٔ H محل تلاقی ارتفاعات مثلث DBC میباشد

ثانیا $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}+\frac{1}{AD^2}$

د ـ مسائل فیزیك وشیمی

دبیرستان آذر

۲۰۱۰ـ درمقابل آئینهٔ مقعری بشعاع ۶۰ سانتیمتر جسمی واقع شده اگر طول تصویر سه برابر طول جسم باشد محل جسم را تعیین کنید .

۲۰۱۱ـ جسمی بفاصلهٔ ۱۲ سانتیمتر از سطح تیغهٔ متوازی‌السطوحی بضخامت ۳ سانتیمتر وبضریب انکسار $\frac{3}{2}$ واقع شده است تعیین کنید این جسم بچه فاصله ازسطح دیگر تیغه دیده میشود .

۲۰۱۲ـ در مقابل عدسی محدبی بفاصلهٔ کانونی $f_1=20$ سانتیمتر جسمی بفاصلهٔ ۳۰ سانتیمتر واقع شده است تعیین کنید محل تصویر وبزرگنمایی عدسی را . ثانیاً درپشت عدسی محدب وبفاصلهٔ ۷۰ سانتیمتر از آن عدسی مقعری بفاصلهٔ کانونی ۵ سانتیمتر قرار گرفته تعیین کنید محل آخرین تصویر و بزرگنمائی دستگاه را . ثالثا اگر دوعدسی فوق را بهم متصل کنیم همگرائی دستگاه را حساب کنید .

۲۰۱۳ ـ مقداری مس را دراسید سولفوریك گرم و غلیظ حل میکنیم گاز حاصل میتواند ۵۰ سانتیمتر مکعب محلول سولفات فریك $\frac{1}{2}$ مولکول گرم در لیتر را احیاء کند وزن مس اولیه را حساب کنید واین مقدار مس بااسید نیتریك چند لیتر گاز تولید میکند .

۲۰۱۴ ـ ۵٫۷۴ گرم سولفات روی متبلور ($SO^4Zn^1xH^2O$) رادرآب حل میکنیم و حجم محلول را بیك لیتر میرسانیم بر ۱۰۰ سانتیمتر مکعب محلول سود دسی‌نرمال بمقدار زیاد میافزائیم دراین عمل ۸۰ سانتیمتر مکعب سود دسی نرمال مصرف شده است معین کنید تعداد مولکولهای آب در یك مولکول سولفات روی

دبیرستان هدف شماره ٤

۲۰۱۵ـ جسم روشن AB بفاصله ۶۰ سانتیمتر از آئینه مقعر M بشعاع ۱۰۰ سانتیمتر قرار گرفته است اولا محل تصویر وبزرگنمائی آنرا پیدا کنید ثانیا بفاصله ۲۵۰ سانتیمتری آئینه M آئینه مقعر M^1 که فاصله کانونی آن ۵۰ سانتیمتر است قرار میدهیم تصور حاصله از دستگاه را نسبت به آئینه M پیدا نموده و بزرگنمائی دستگاه را پیدا کنید . مسیر نور را رسم نمائید (نور از جسم AB اول به آئینهٔ M میتابد) .

۲۰۱۶ـ جسمی بفاصله ۱۲ سانتیمتر از یك تیغه شیشه‌ای بقطر ۹ میلیمتر وبضریب شکست $\frac{3}{2}$ قرار دارد وقتی شئی را در امتداد عمودی از پشت شیشه نگاه کنیم بچه فاصله از تیغه (سطحی که طرف چشم است) بنظر میرسد مسیر نور را رسم نمائید .

۲۰۱۷ـ جسمی بطول ۲ سانتیمتر بفاصله ۳۰ سانتیمتر از عدسی محدبی به همگرائی ٤ دیوپتری قرار گرفته است اولا محل تصویر وطول آنرا حساب کنید ثانیا در طرف دیگر عدسی یك عدسی محب دیگری بفاصله کانونی

بقیه درصفحهٔ ماقبل آخر

اصطلاحات ریاضی و معادل انگلیسی آنها

تنظیم از : **ایرج ارشاقی**

۴ - اشکال هندسی Geometric figures

Rectangle	مستطیل	Triangle	مثلث
Square	مربع	Equilateral "	« متساوی‌الاضلاع
Quadrilateral	چهارضلعی	Equiangular "	« «
Pentagon	پنجضلعی	Right - angled "	« قائم‌الزاویه
Hexagon	ششضلعی	Isosceles "	« متساوی‌الساقین
Octagon	هشتضلعی	Circle	دایره
Polygon	چند ضلعی	Semicircle	نیمدایره
Regular Polygon	چندضلعی منتظم	Quadrant	ربع دایره
Parallelogram	متوازی‌الاضلاع	Rhombus	لوزی
Side	ضلع	Trapezoid	ذوزنقه

Definition تعریف

***

Which of these definitions are correct ?

1 - A regular polygon is a polygon which is only equilateral .

2 - A rhombus is a parralelogram having two equal adjacent sides .

3 - An isosceles trapezoid is a trapezoid having the non parallel sides equal .

اشتباه از چیست!

۱ ـ می‌دانید که

$$\sqrt{-1}=\sqrt{-1}$$

ازروی این تساوی به‌ترتیب چنین می‌نویسیم :

$$\sqrt{\frac{1}{-1}}=\sqrt{\frac{-1}{1}}$$

$$\frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1}}$$

$$\sqrt{1}\cdot\sqrt{1}=\sqrt{-1}\cdot\sqrt{-1}$$

$$1=-1$$

آیا این تساوی اخیردرست است ؟ پس اشتباه درچیست ؟

***

۲ ـ این دستگاه دومعادلهٔ دومجهولی رادرنظر بگیرید :

$$\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=4 & (1) \\ x^2+2xy-3y^2=9 & (2) \end{cases}$$

حال دوطرف معادلهٔ اول رادر ۹ ودوطرف معادلهٔ دوم رادر ٤ ضرب می‌کنیم ودرضمن چون طرفهای دوم هردوتساوی ۳٦ می‌شود ، طرفهای اول آنها باهم مساوی است :

$$9(2x^2-3xy+y^2)=4(x^2+2xy-3y^2)$$

که پس ازضرب و ساده کردن می‌شود :

$$2x^2-5xy+3y^2=0$$

وپس ازتجزیه‌کردن به ضرب عوامل به دست می‌آید :

$$(2x-3y)(x-y)=0$$

اینك می‌گوییم که چون‌حاصل‌ضرب این دوعامل‌صفراست، یااین یکی ویاآن باید مساوی صفرباشد :

$$(3)\quad 2x-3y=0 \quad \text{یا} \quad (4)\quad x-y=0$$

هریك ازاین معادله‌هارابایدبایکی‌ازمعادلات دستگاه در نظر گرفت ودستگاهی که به‌وجود می‌آید حل کرد .

ازمعادلهٔ ۳ به دست می‌آید :

$$(5)\quad y=\frac{2x}{3}$$

که باقراردادن آن درمعادلهٔ ۱ یامعادلهٔ ۲ نتیجه می‌شود: $x=\pm 3$. باقرار دادن این دو مقدار درمعادلهٔ ۵ مقدار y چنین می‌شود : $y=\pm 2$.

واما ازمعادلهٔ ٤ به دست می‌آید :

$$y=x$$

اینك اگراین مقداررا درمعادلهٔ ۲ قراردهیم به دست می‌آید : $0=4$. واگرآن را درمعادلهٔ ۱ قراردهیم به دست می‌آید : $0=9$.

آیاواقعاً صفر باچهار ونه متساوی است ؟ پس اشتباه در چیست ؟

***

۳ ـ می‌دانید که

$$\cos^2 x=1-\sin^2 x$$

ازروی این رابطه به ترتیب می‌توانیم چنین بنویسیم :

$$(\cos^2 x)^{\frac{3}{2}}=(1-\sin^2 x)^{\frac{3}{2}}$$

$$\cos^3 x=(1-\sin^2 x)^{\frac{3}{2}}$$

$$\cos^3 x+3=(1-\sin^2 x)^{\frac{3}{2}}+3$$

$$(\cos^3 x+3)^2=[(1-\sin^2 x)^{\frac{3}{2}}+3]^2$$

حال اگردراین رابطه به جای x قراردهیم $\frac{\pi}{2}$ ،یعنی‌به جای $\cos x = 0$ وبه جای $\sin x = 1$ بگذاریم ، خواهیم داشت:

$$9 = 9$$

که یك تساوی درست است . واما اگربه جای x قراردهیم π ، بایددررابطه به‌جای $\cos x = -1$ وبه‌جای $\sin x = 0$ بگذاریم درنتیجه خواهد شد :

$$2^2 = 4^2$$

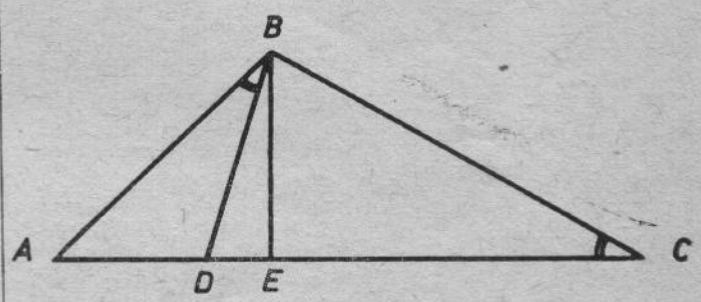
یا $2 = 4$

یا $1 = 2$

این تساوی که صحیح نیست ، پس یقیناً درجایی اشتباه کرده ایم . این اشتباه درکجااست ؟

***

٤ ـ در مثلث ABC (شکل زیرین) زاویهٔ A حاده و زاویهٔ C بزرگتراززاویهٔ B است :



(این شرایط به هیچ وجه محدودیتی در انتخاب مثلث به وجود نمی‌آورد ، بلکه فقط مارابه نامگذاری رأسهای مثلث راهنمایی می‌کند) .

اکنون زاویهٔ ACD رامساوی بازاویهٔ B وCE راعمود بر AB رسم می‌کنیم . دردومثلث ABC وADC ، زاویهٔ A مشترك وزاویهٔ B مساوی زاویهٔ ACD است . بنابراین دو مثلث متشابهند ومی‌توانیم بنویسیم :

$$(1) \quad \frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ADC} = \frac{\overline{CB}^2}{\overline{DD}^2}$$

همچنین چون CE ارتفاع مشترك همین دومثلث است ،داریم:

$$(2) \quad \frac{\text{مساحت } ABC}{\text{مساحت } ADC} = \frac{AB}{AD}$$

ازمقایسهٔ دو رابطهٔ ۱ و ۲ ، نتیجه می‌شود :

$$\frac{\overline{CB}^2}{\overline{CD}^2} = \frac{AB}{AD}$$

حال اگردوطرف این‌تساوی‌رایك باردر $\overline{CD}^2$ ضرب و بار دیگر بر AB تقسیم کنیم ، خواهیم داشت :

$$(3) \quad \frac{\overline{CB}^2}{AB} = \frac{\overline{CD}^2}{AD}$$

اینك اگرمقدار $\overline{CB}^2$ و $\overline{CD}^2$ را ازاین دومثلث ازروی رابطهٔ «ضلع مقابل به زاویهٔ حاده» درتساوی ۳ قراردهیم ، می‌شود :

$$(4) \quad \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2AB \cdot AE}{AB} = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{AD}^2 - 2AD \cdot AE}{AD}$$

که آن رامی‌توان چنین نوشت :

$$(5) \quad \frac{\overline{AC}^2}{AB} + AB - 2AE = \frac{\overline{AC}^2}{AD} + AD - 2AE$$

باحذف $-2AE$ ازدوطرف تساوی وبردن AD به طرف چپ و AB به طرف راست خواهیم داشت :

$$(6) \quad \frac{\overline{AC}^2}{AB} - AD = \frac{\overline{AC}^2}{AD} - AB$$

یا

$$(7) \quad \frac{\overline{AC}^2 - AB \cdot AD}{AB} = \frac{\overline{AC}^2 - AB \cdot AD}{AD}$$

چون صورتهای این دو کسرمتساوی متساویند ، مخرجهایشان نیزباهم متساوی است یعنی :

$$AD = AB$$

حال به شکل نگاه کنید . AB تمام قاعدهٔ مثلث ABC و AD جزئی ازآن است . آیا ممکن است که این دوباهم متساوی باشند ؟ پس اشتباه درچیست ؟

***

اشتباه از این است (مربوط به‌شمارهٔ ۱۰)

۱ـ می‌دانیم که اگردوطرف یك نامساوی رابریك مقدار منفی تقسیم کنیم جهت نامساوی عوض می‌شود . دراینجانیزوقتی که طرفین نامساوی‌رابر $\log\frac{1}{2}$ تقسیم می‌کنیم ، چون‌این‌مقدار منفی‌است باید جهت نامساوی راعوض کنیم وبنویسیم : $2 < 3$.

***

۲ ـ چنانچه ازنخستین تناسب مقدار x رابه دست‌آوریم ، یعنی آن رانسبت به x حل کنیم ، خواهیم داشت: $x = a + b$. بنابراین درآخرین تناسب ، صورتهای دوکسردوطرف تناسب، هردوصفرند ، چه

$$x - a - b = x - (a + b) = (a + b) - (a + b) = 0$$

در این صورت ، حق نداریم که مخرجهای آنهارا باهم

متساوی بنویسیم .

***

۳ـ همهٔ اعمال درست است الااین که آخرین کسررا، یعنی:

$$\frac{۳x-۳a+۳b}{۳x-۳a+۳b}$$

که‌صورت ومخرج آن برابرند، نمی‌توان مساوی با ۱ نوشت. تعجب نکنید! کسری که صورت آن صفرومخرج آن نیزصفرباشد مبهم است وبرابر هرعددی ممکن است باشد . اما این که چرا صورت ومخرج کسر برابرصفراست ، به آسانی معلوم می‌شود . اگر نخستین تناسب رانسبت بـه x حـل کنید خواهید داشت : $x=a-b$ وبنابراین :

$$۳x-۳a+۳b=۳[x-(a-b)]$$
$$=۳[(a+b)-(a-b)]$$
$$=۰$$

***

۴ ـ تمام عملیات صحیح انجام گرفته است مگرعمل تقسیم کردن دو طرف تساوی c بر $AB.PC-AC.QP$ ، چه این مقدار صفراست ودوطرف تساوی را برمقداری برابـرصفر نمی‌توان تقسیم کرد . اما صفربودن این مقدارازطرفین وسطین کردن نخستین تناسب (تناسب شمارهٔ ۱) ومنتقل کردن یك‌طرف به‌طرف دیگرآشکار می گردد .

***

پاسخ‌های رسیده (مربوط به «اشتباه ازچیست» شمارهٔ ۱۰) فرامـرز رهبـر ـ مهدی مقدسیان ـ مصطفی گودرزی طائمه ـ حسین امین‌الهی ـ انوشیروان سلیمی ـ منیب خادمی ـ اسدالله مس‌فروش ـ محمد حسن عزیزیان حسین نعمتی ـ سید مهدی حمیدی ـ محمد کریم روشن ـ فریدون فتوحیه پور ـ حسین نادمپورلنگرودی ـ محمـد سعیدی کیا ـ صمد حرفتی سبحانی ـ محمد رضاغلامی ـ محمدرضا کنی ـ احمدقندی ـ محسن چهل‌تنی ـ یدالله‌ارضی یحیی رحمت‌سمیعی ـ مجید شریف واقفی ـ گلستان زاده ـ هوشمند وجدانی ـ محمدحسین فلاح ـ غلامرضااوجانی ـ میناوازستاره ـ نرگس نوروز ناصری ـ عشرت ارجمندی ـ علی‌آستانه اصل ـ پیروز لطیفی

عمل غلط، اما جواب صحیح

به این کسر نگاه کنید :

$$\frac{۲۸}{۱۴}$$

این کسررا می‌توان ساده کرد ، یعنی صورت ومخرج آن رابرعددی تقسیم کرد . واضح است که کسری حاصل حاصل می‌شود که با $\frac{۲۸}{۱۴}$ برابـراست . امـا اگر بیاییم وارقام عدد صورت راجمع کنیم وصورت قرار دهیم وهمچنین‌ارقام عـدد مخرج رانیزجمع کنیم ومخرج قراردهیم ، چنین می‌شود :

$$\frac{۲+۸}{۱+۴}=\frac{۱۰}{۵}=۲$$

به این ترتیب می‌توانیم بنویسیم :

$$\frac{۲۸}{۱۴}=\frac{۲+۸}{۱+۴}=۲$$

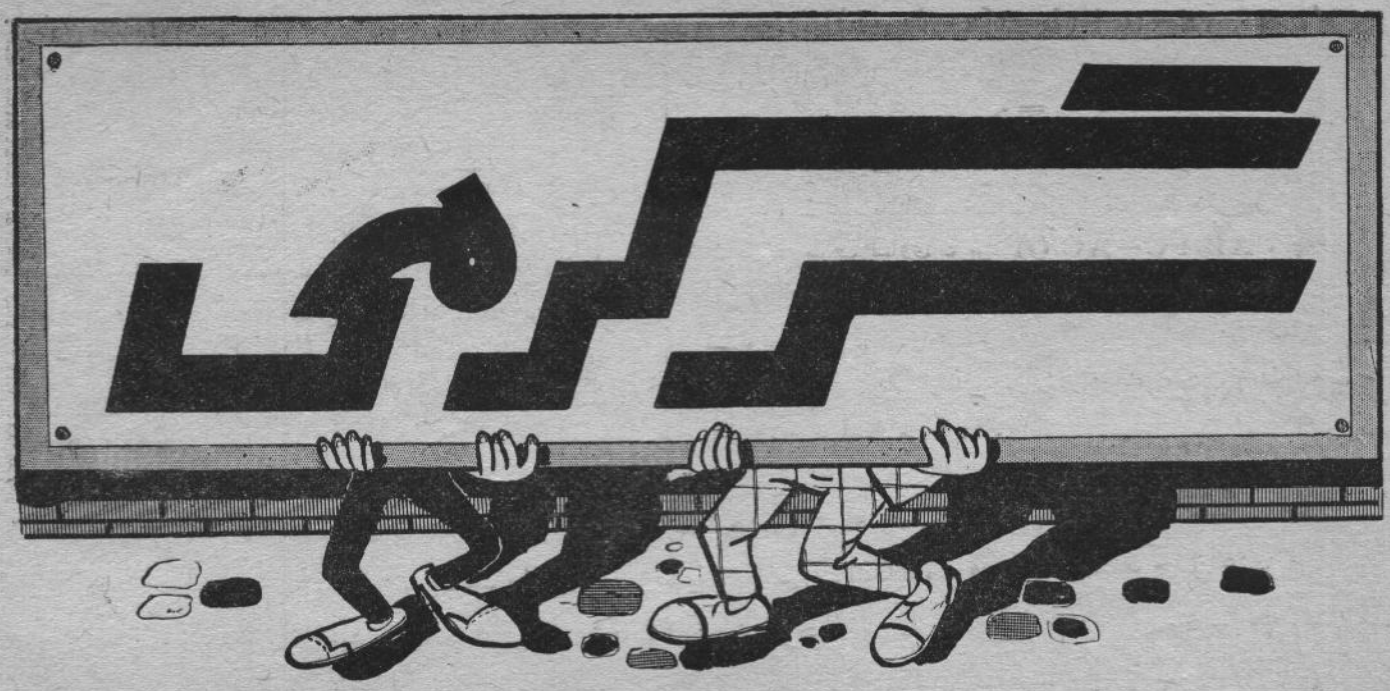
که عملی است غلط، اما نتیجه درست است .

این‌عمل‌غلط ، ولی‌نتیجهٔ درست رادربارهٔ این کسرهانیزمی‌توان به‌کاربست.

$$\frac{۴۸}{۱۲}=\frac{۴+۸}{۱+۲}=\frac{۱۲}{۳}=۴ \quad و \quad \frac{۴۸}{۲۴}=\frac{۴+۸}{۲+۴}=\frac{۱۲}{۶}=۲$$

آیا شما هم می‌توانید چنین کسرهایی به دست‌آورید ؟

مصطفی گودرزی طائمه



شعر و عدد

از : محمدرضا قسیمی

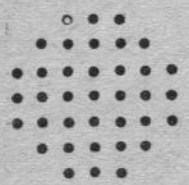
دانش‌آموز پنجم ریاضی دبیرستان دارالفنون

کلمه‌های حذف شدهٔ دوبیت زیر از ابتدای شعر به انتهای آن ، به‌ترتیب جمله‌های یك تصاعد حسابی نزولی هستند که مجموع همهٔ جمله‌ها ۵۵ و قدر مطلق آخرین جمله برابر قدر نسبت می‌باشد. شعر را کامل کنید.

. . . بار بگفتمت که . . . یار مگیر
با . . . مباش و . . . دلدار مگیر
با . . . به‌کرشمه و با . . . به‌جنك
. . . و . . . و . . . ولکن . . . یار بگیر

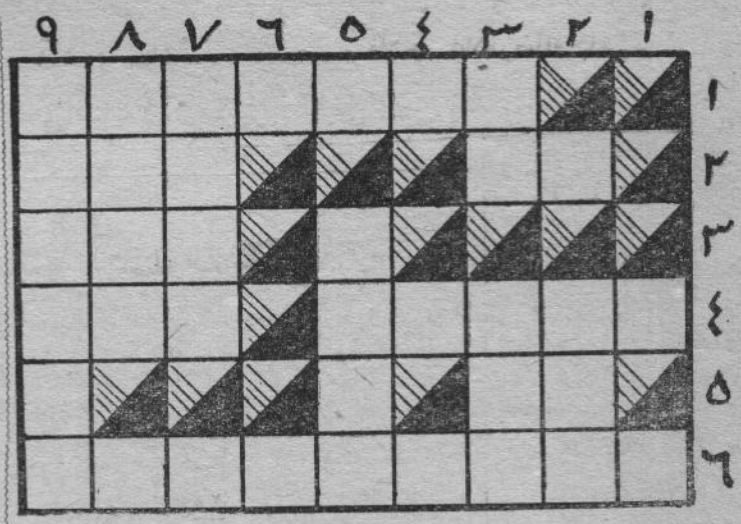
بازی بالوبیا

فرستنده : غلامحسین راستگو دانشجوی سال اول ریاضی



درروی صفحه‌ای ۳۷ دایره (مطابق شکل مقابل) رسم کنید ودر ۳۶ تای از آنها که سیاه شده‌است ۳۶ دانهٔ لوبیا قراردهید اولین دایره (که توخالی‌است) بدون لوبیا خواهد بود . اکنون باشرایط زیر همهٔ لوبیاها مگریکی از آنها را ازصفحه خارج سازید .

۱ـ حرکت درتمام جهات مجاز است . ۲ـ هردانه لوبیا بایدازروی یك دانهٔ لوبیای مجاورخودجهیده ودرخانهٔ خالی مجاور آن (در صورت وجود) قرار گیرد . ۳ ـ لوبیایی که جهش از روی آن انجام گرفته است از صفحه خارج می‌شود .



جدول کلمات متقاطع

طرح از : کرامت‌الله بهزادی

دانش آموز پنجم ریاضی دبیرستان بواسحق کازرون

افقی : ۱ ـ دراین فضا ، ازنقطهٔ واقع درخارج خط ، یك خط وفقط یك خط موازی باآن می‌توان رسم کرد . ۲ـ موضوع اصلی ریاضیات ـ پیمانه است وبرابر با سه‌ربع کیلو. ۳ـ موضوعی است ومتعارفی . ٤ـ دورهٔ تناوب هیجدهٔ ماههٔ کسوف وخسوف ـ باحذف اول ماهی ازسال . باحذف آخر رفوزه و رویهم ردیف بی‌انتها. ۵ ـ جهت درجهت مخالف . ٦ـ مقصودازجبر ومقابله

قائم : ۲ـ اعدادی که فقط دومقسوم‌علیه دارند. ۳ـ پسوند اعداد ترتیبی ـ علم نمایش اشکال درصفحه . ۵ ـ بدون سه نام ریاضیدانی‌است که یکی‌ازقضیه‌های موربات به‌نام اوست وباتبدیل آخر بیش‌ازیك رسم . ۷ـ فیلسوف وریاضیدان معروف فرانسوی واضع هندسهٔ تحلیلی باپای شکسته . ۸ـ ظاهراً سه‌هزاررابیان می‌کند امابابیش ازیکدهم آن برابر نیست . ۹ـ درجهت معکوس حروف سوم و چهارم جابجا شوند نام هندسه‌ای است که برنامهٔ جبر کلاسهای پنجم راتشکیل می‌دهد .

سؤال ـ در کتاب «یك ، دو ، سه ، بینهایت» صفحهٔ ۸۵ می‌نویسد «هرعدد معمولی را که در ۱ ـ ضرب کنند عددی موهوم به‌دست می‌آید» آیا این صحیح است ! آیا نباید به‌جای ۱ ـ ؛ $\sqrt{-1}$ باشد ؟ **(بی‌نام)**

جواب ـ حق باشما است هرعدد معمولی را که در $\sqrt{-1}$ ضرب کنیم عددی موهوم به دست می‌آید نه در ۱ ـ

***

سؤال ـ می‌دانیم $\sqrt{x^2}=|x|$ یعنی $\sqrt{(-2)^2}=2$. پس مجذور عدد موهومی مثبت است در صورتی که در کتاب فوق‌الذکر درهمان‌صفحه می‌نویسد : «مربع‌هرعدد موهوم همیشه منفی است» کدامیك صحیح‌است ؟ **(همان‌سؤال‌کننده بالا)**

جواب ـ مطلبی که دراین باره‌در کتاب نوشته شده‌است صحیح است یعنی مربع هرعدد موهومی خالص همیشه‌منفی است اما علت اشتباه شما در این است که قانون به توان رساندن رادیکالها راکه فقط درموردی صحت دارد که مقدارزیررادیکال مثبت باشد ، شما دروقتی که مقدار زیر رادیکال منفی است نیز تعمیم‌داده‌ایدواین‌درست نیست ؛ یعنی‌نمی‌توان‌نوشت که $(\sqrt{-2})^2$ برابراست با $\sqrt{(-2)^2}$. همان‌طور که درمورد ضرب نیزوقتی که مقادیر زیر رادیکالها منفی باشد ، نمی‌توان قانون ضرب رادیکالها را به‌کار برد یعنی نمی‌توان نوشت $\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}$ برابراست‌با $\sqrt{(-2)(-3)}$ یا $\sqrt{6}$. ضرب چنین رادیکالهایی این گونه انجام‌می‌گیرد :

$$\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=\sqrt{-1}\times\sqrt{2}\times\sqrt{-1}\times\sqrt{3}$$
$$=(\sqrt{-1})^2\times\sqrt{6}=-\sqrt{6}$$

در اینگونه موارد بهتر این است که شما $\sqrt{-1}$ رابا i نمایش دهید (به‌مقالهٔ اعداد کمپلکس درشمارهٔ ۹ مراجعه کنید) و توجه‌داشته باشد که $i^2=-1$ و $i^3=-i$. بدین‌ترتیب‌ضرب بالا را می‌توان چنین نوشت:

$$\sqrt{-2}\times\sqrt{-3}=i\sqrt{2}\times i\sqrt{3}$$
$$=i^2\sqrt{6}$$
$$=-\sqrt{6}$$

سؤال ـ اگرازتابع $y=\sin 2x$ ، تابع اولیه بگیریم می‌شود: $y=-\frac{1}{2}\cos 2x$. ازطرفی می‌توانیم معادله رابه‌صورت $y=2\sin x\cos x$ بنویسیم . دراین حال تابع اولیه‌آن می‌شود $y=\sin^2 x$. آیا بدین‌ترتیب $\sin^2 x=-\frac{1}{2}\cos 2x$ ؟

(رضاماژین)

جواب ـ هردوتابع اولیه‌که ازدوراه مختلف گرفته‌اید صحیح است . اما اگر دوتابع دارای یك مشتق باشند نمی‌توان حکم کرد که‌آنها باهم برابرند ، بلکه می‌توان گفت که یاآنها با هم برابرند یا اختلافشان دریك‌عدد صحیح است . اتفاقاً دراین مورد اختلاف این‌دوتابع دریك‌عددصحیح است . ملاحظه‌کنید :

$$-\frac{1}{2}\cos 2x=-\frac{1}{2}(1-2\sin^2 x)$$
$$=-\frac{1}{2}+\sin^2 x$$

***

سؤال ـ تابع اولیهٔ $y=tg x$ یا $y=tg^n x$ به‌شرطی که n عددی فرد باشد ، چیست؟

جواب ـ بامعلومات‌ریاضیات متوسطهٔ (البته درکشورما) نمی‌توانید تابع اولیهٔ $y=tg x$ رابه‌دست‌آورید چه این‌احتیاج دارد که شما نوع مخصوصی ازتوابع ، یعنی تابع‌لگاریتمی ، را بدانید. معهذا ما برای روشن شدن ذهن شما مطالبی‌به‌اختصار، صرف نظرازدقت زیاد ، می‌نویسیم :

تابع $y=\log_a x$ راتابع لگاریتمی گویند (a مبنای‌لگاریتم است) . اگرمبنای‌لگاریتم عدد $e\neq 2.71728$ باشد لگاریتم رالگاریتم طبیعی می‌گویند . دراین صورت‌تابع رابه این شکل می‌نویسند : $y=Lx$ (L علامت‌لگاریتم طبیعی است.)

مشتق چنین تابعی می‌شود :

$$y'=\frac{dy}{dx}=\frac{1}{x}$$

حال اگر شما بخواهید تابع اولیهٔ $\frac{1}{x}$ یا x^{-1} را بنویسید باید بنویسید : $\frac{1}{x}+c$.

اگر داشته باشیم $y=Lu$ (که u خود تابعی از x باشد) مشتق آن می‌شود $y'=\frac{u'}{u}$. بدین ترتیب هر تابعی که به شکل $\frac{u'}{u}$ باشد، تابع اولیهٔ آن $Lu+c$ است.

اینك با این مقدمه می‌توان تابع اولیهٔ $y=tgx$ را به‌دست آورد ، چه می‌توان نوشت :

$$y=tgx=\frac{\sin x}{\cos x}=-\frac{-\sin x}{\cos x}$$

واز آنجا چون صورت کسر مشتق مخرج آن است داریم:

$$y=-L\cos x+c$$
$$=L(\cos x)^{-1}+c$$
$$=L\frac{1}{\cos x}+c$$
$$=L\sec x+c$$

واما دربارهٔ تابع اولیه $y=tg^n x$ با به‌کار بردن علامت $\int f(x)dx$ (بخوانید انتگرال اف ایکس dx) به‌معنی تابع اولیهٔ $f(x)$، فرمول زیر را که به‌طریقی مخصوص به‌دست می‌آید می‌توان به‌کار برد :

$$\int tg^n x\,dx=\frac{tg^{n-1}x}{n-1}-\int tg^{n-2}x\,dx \quad (n-1\neq 0)$$

اینك برای آنکه بفهمید که مطالب بالا را فهمیده‌اید یا نه ببینید که $\int cotg\,x\,dx$ را می‌توانید به‌دست آورید .

***

سؤال ـ می‌دانیم که هر عدد تقسیم بر صفر مساوی با بینهایت است واز طرفی هرعدد تقسیم بر خودش مساوی با یك می‌باشد . حال صفر تقسیم برصفر مساوی با بینهایت خواهد بود یا یك ؟ خواهشمندم لطفاً دلیل آن‌راهم ذکر فرمایید .

(سیماندیم فرد)

جواب ـ مرقوم داشته‌اید که هرعدد تقسیم برصفر مساوی با بینهایت است. این جمله به‌شرطی درست است که بگوئید هرعدد به‌استثناء صفر، تقسیم برصفر مساوی با بینهایت است. همچنین درمورد تقسیم هرعدد برخودش باید صفر را استثناء کرد. بنا براین صفر تقسیم برصفر درهرحال، نه‌ازشق اول و نه‌ازشق دوم است. صفر تقسیم برصفر مساوی هرعددی ممکن است باشد. مثلاممکن است مساوی ۲ یا مساوی ۱۵ یامساوی حتی صفر باشد . دلیل آن این است که منظور ازخارج قسمت یك تقسیم به‌دست آوردن عددی است که حاصل ضرب آن درمقسوم علیه برابر مقسوم گردد . در تقسیم صفر برصفر، مقسوم علیه صفر است وبنا براین خارج قسمت هرچه باشد، حاصل ضرب آن در صفر برابر صفر، یعنی برابر مقسوم می‌گردد :

$$\frac{0}{0}=2 \qquad 2\times 0=0$$

$$\frac{0}{0}=5 \qquad 5\times 0=0$$

ازاین جهت است که می گویند $\frac{0}{0}$ **مبهم** است یعنی عددی است که برچهره نقاب داردو برای آنکه شناخته شود (یعنی مقدار آن مشخص گردد) باید نقاب آن را به‌کنارزد . در اصطلاح ریاضی می‌گویند که باید ازآن **رفع ابهام** کرد .

این کسر رادرنظر بگیرید :

$$\frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2}$$

مقدار این کسر به ازاء $x=1$ می‌شود : $\frac{0}{0}$ (امتحان کنید) اما برای آنکه ببینیم که این مقدار واقعاً چقدر است .همان طور که گفتیم باید نقاب ازچهرهٔ آن برداریم . دراین مورد می‌توان چنین عمل کرد:

$$\frac{x^2+3x-4}{x^2+x-2}=\frac{(x+4)(x-1)}{(x+2)(x-1)}$$
$$=\frac{x+4}{x+2}$$

که به‌ازاء $x=1$ مقدار آن می‌شود $\frac{5}{3}$.

***

سؤال ـ در گویا کردن کسر $\frac{a+\sqrt{-b}}{a-\sqrt{-b}}$ من آن‌را چنین گویا کرده‌ام :

$$\frac{a+\sqrt{-b}}{a-\sqrt{-b}}=\frac{(a+\sqrt{-b})^2}{(a-\sqrt{-b})(a+\sqrt{-b})}$$
$$=\frac{a^2-b+2a\sqrt{-b}}{a^2-(\sqrt{-b})^2}$$
$$=\frac{a^2-b+2a\sqrt{-b}}{a^2+b}$$

وکسان دیگر آن‌راچنین گویا کرده‌اند .

$$\frac{a+\sqrt{-b}}{a-\sqrt{-b}}=\frac{(a+\sqrt{-b})^2}{(a-\sqrt{-b})(a+\sqrt{-b})}$$
$$=\frac{a^2+b+2a\sqrt{-b}}{a^2-b}$$

کدام صحیح تراست وچرا ؟

(کاظم مددی)

جواب ـ اعمالی را که شما انجام داده‌اید صحیح‌است و کسان دیگردرضمن عملیات اشتباه کرده‌اند . اشتباه آنها دراین است که‌تصور کرده‌اند $(\sqrt{-b})^2$ برابراست با $\sqrt{(-b)^2}$ یعنی $+b$ درصورتی که $(\sqrt{-b})^2 = -b$.

***

سؤال ـ مسیری را که زمین در عرض سال شمسی به‌دور خورشید می‌پیماید چندکیلومتر است ؟ آیا مقداراین مسیر همه ساله ثابت است یامتغیر. **(شعبانعلی آهنگری)**

جواب ـ می‌دانید که به هنگام حرکت زمین به دور خورشید ، خورشید نیزخود ،نسبت به‌نزدیکترین ستاره‌ها ، در حرکت‌است. بنابراین منحنی مسیرحرکت زمین به دورخورشید بسته‌نیست وشبیه یك مارپیچ است . برای پاسخ به سؤال شما به انسیکلوپدی آمریکا نامراجعه کردیم . درآنجا نوشته است که در ابتدای هرسال ، وقتی که‌زمین همان وضع خودرانسبت‌به‌خورشید بازمی‌یابد، در روی این‌منحنی مارپیچ درحدود چهارصد ملیون مایل‌حرکت کرده است .

دربارهٔ یك‌نامه

نامه‌ای ازآقای **عباس‌نعمتیان** در بارهٔ بعضی از مطالب شمارهٔ ۱۰مجله رسیده است که عیناً آن را چاپ می کنیم . لازم‌است که قبلا ازتوجه خاصی که ایشان نسبت به مندرجات مجله مبذول می‌فرمایند سپاسگزاری کنیم .

شورای محترم‌نویسندگان مجلهٔ وزین «یکان». در شمارهٔ ۱۰ یکان چند غلط دستوری مشاهده کرده‌ام و از آنجاکه شما دانش پروران‌همیشه حاضر به‌شنیدن تذکرات وانتقادات بیغرض دیگران بوده‌اید بدین جهت بر خود واجب دیدم که آنها را تذکربدهم :

۱ ـ در مطلبی تحت عنوان **«عددطلائی»** (نوشتهٔ سید محمدکاظم نائینی) در ترجمهٔ «Golden section» نوشته بود **«تقسیم طلائی»** در صورتی که می‌بایست نوشته می‌شد **«برش طلائی»**

۲ـ درمبحث «اصطلاحات ریاضی ومعادل انگلیسی آنها» در مقابل لغت **«پرگار»** نوشته شده بود «Compass» درصورتی که این‌لغت به‌صورت مفرد به‌معنی **«قطب‌نما»** می‌باشد وباید برای پرگار نوشت : «Compasses»

۳ ـ در مبحث اخیر ، درقسمت «تمرین» آن برای‌ضلع زاویه نوشته شده بود «Side» در صورتی که «Side» را برای ضلع‌مثلث ، متوازی‌الاضلاع وغیره به‌کارمی‌بریم وبرای‌ضلع«زاویه» ازلغت «Arm» استفاده می‌شود.

٤ ـ وباز هم در مبحث اخیر ، در مقابل «مکان هندسی» نوشته شده بود «Locus of points» درصورتی که خودلغت «Locus» به معنی « مکان هندسی » می‌باشد و برای «Locus of points» باید نوشت **«مکان هندسی نقاط»**

ارادتمند:عباس نعمتیان ـ دیپلمه‌ریاضی

***

اینك ما نظر خود را در بارهٔ تذکراتی که فرموده‌اند اظهار می‌داریم :

۱ ـ چون مسئله عبارت است از **تقسیم کردن** یك پاره خط به دوقسمت ،که چنانکه‌آن پاره خط AB ونقطهٔ تقسیم C باشد، داشته باشیم $AC:AB=CB:AC$ بهتراست که(البته‌به نظرما) وقتی که موفق به یافتن‌نقطهٔ C شدیم وخواستیم برای‌این نوع تقسیم‌کردن پاره خط به دوقسمت ، اصطلاحی قرارداد کنیم بگوییم **تقسیم‌طلایی** . همچنانکه‌اصطلاح‌دیگراین‌عمل، **تقسیم کردن**پاره خط‌به نسبت ذات‌وسطین وطرفین است . اگرکسان دیگری Golden section را برش طلایی ترجمه کرده‌اند به نظر ما اشتباهی نکرده‌اند ولی چنانچه آن را تقسیم طلایی ترجمه می‌کردند بهتر می‌بود .

۲ـ Compassهم به‌معنای قطب‌نما وهم به‌معنای‌پرگار است. گرچه‌درمورد پرگارآن‌رابه‌علت داشتن دوشاخه به‌صورت Pair of compasses به‌کارمی‌برند ولی‌رسم برآن‌است که مفردآن رابرای یك‌پرگاروجمع‌آن‌رابرای چندپرگاربه‌کاربرند (بااستفاده ازانسیکلوپدی آمریکانا) . در فرهنك لغات ریاضیی که دردست مااست درمقابل‌لغت **Compass** نوشته شده‌است :

An instrument for describing circles or for measuring distances between two poits . Usually used in the plural, as compasses

۳ـ Side هم به‌معنای ضلع زاویه است‌وهم به‌معنای ضلع چندضلعی. درفرهنك لغات ریاضی فوق‌الذکرچنین نوشته‌است :

Sides of an angle : The straight lines formig the angle .

٤ـ همان‌طورکه اظهار فرموده‌اید **Locus** به‌معنی‌مکان هندسی است و **Locus of points** یعنی «مکان‌هندسی‌نقاط». دراین موردکلمه «نقاط» رابه ستون فارسی اصطلاحات‌ریاضی، پس ازمکان هندسی ، اضافه فرمایید .

بازاز امعان نظری‌که دراین‌باب فرموده‌اید متشکریم .

گالیله (بقیه ازصفحه ۱۳)

به‌دست‌آورد . حقوق سالانهٔ این شغل معادل شانزده هزار ریال بود که‌ازنظر گالیله ،باتوجه‌به حقوق قبل ، مبلغ‌هنگفتی‌می‌نمود.

اما خوشحالی گالیله نه ازحقوق اضافه ، بلکه ازآزادی بیشتری‌بود که به‌دست‌آورده بود . وی می‌توانست که درآنجا ، آنچه راکه می‌خواهد، بدون‌آنکه سخنانش را باسوت یا فریاد قطع کنند، بگوید . وقتی که برای‌ایراد نخستین سخنرانی‌خود، درهفتم‌دسامبر۱۹۵۲، به‌محل‌سخنرانی‌می‌رفت، بااستقبال‌عمومی مواجه شد . دانشجویان و استادان به‌اتفاق ، در این محل که آزادی فکروجودداشت ، برای گالیله‌آیندهٔ امیدبخشی راپیش‌بینی می‌کردند. علت‌آزادبودن‌پادواوسراسرجمهوری«**ونتیان**» آن بود که این ناحیه مورد غضب دستگاه‌کشیشان واقع‌شده ودر نتیجه ازمحدودیتهای دستگاه تفتیش عقاید معاف شده بود . در ایمان مدرسان این ناحیه که شامل اعضاء دانشگاه پادوا نیز می‌شد، هیچ‌گونه شکی نبودولی‌آنان معتقد بودند که تحصیل‌علم چیز دیگری است و اعتقادات مذهبی چیز دیگر .

گالیله بایافتن‌میدان فعالیت درزمینه‌های‌علمی توانست که آزمایشهای خودرا ادامه دهد . این آزمایشات شامل یك‌رشته وسیع معلومات علمی و نظری ، ازمطالعهٔ وضع ستارگان گرفته تانقشه‌های مانورهای جنگی‌بود . گرچه اوهرگز به‌خدمت‌ارتش داخل نشده بود اما اطلاعات کاملی ازنقشه‌کشیهای ارتش‌داشت. داشتن این معلومات موجب شده بود که تعدادی شاگرد خصوصی ازمیان‌شاهزادگان‌ونجیب‌زادگان‌وسربازان که شیفتهٔ‌فرمانروایی وجنگ‌وکشت وکشتاربودند پیدا کند.شاگردان خصوصی گالیله، طبق رسم‌آن روز، درمنزل وی به‌سر می‌بردند وبسیاری ازآنها غلامان خود را همراه داشتند . بنابراین اجتماعی شاد و مهیج به دورمیزدرس‌این استاد جوان ۲۸ ساله تشکیل می‌گردید .

گالیله همان‌طورکه دارای‌امتیازات ومشخصات بسیاربود، زود هم تحت نفوذ قرارمی‌گرفت .

ازدواج نکرد چه مانند «سیسرو» عقیده داشت که یك‌فرد نمی‌تواند فیلسوف ودرعین حال شوهر خوبی باشد.با این حال یکی‌ازدوستان زن‌خودرا به‌نام **مارینا گامبا** به خانهٔ خودبرده وسمت پدری سه فرزند اورا برعهده گرفته‌بود .

قیود خانوادگی برمخارج عمومی وهمچنین برهزینهٔ‌تهیهٔ لوازم علمی او می‌افزود . درآمد قلیل ومخارج گزاف، وضع‌او راشبیه کیسه‌ای سوراخ کرده بودکه هرچه به داخلش بریزند از طرف دیگرخارج می‌شود. باآنکه‌حقوقش به‌تدریج اضافه‌می‌شد، اماهیچگاه‌بدون قرض نزیست . زمانی مجبورشدکه ازصندوقدار دانشگاه حقوق دوسال خودرا مساعده‌بگیرد . صندوقداراین‌مبلغ را به‌وی پرداخت اماازاین‌کاربسی ناراحت بود .

بیشرفتهای علمی گالیله او را از لحاظ خانوادگی با ناراحتیهایی مواجه‌کرده بود. بستگان وی در پیزا، که ازترقی علمی‌اواطلاع حاصل کرده بودند، اورا بمنزلهٔ رکن‌مالی‌خانواده تلقی‌می‌کردند . بدین لحاظ درخواست‌کمك مالی ازکیسهٔ خالی گالیله تمام شدنی نبود . برادرش برای‌آنکه به‌خدمت یکی‌از نجیب‌زادگان‌لهستان درآید، اصرارداشت که گالیله خرج سفراو را برای رفتن به‌لهستان بپردازد . این مبلغ بیش ازدرآمد یك سال تمام گالیله بود . گالیله این مبلغ را قرض کرد و برای برادرش فرستاد، اما بازتوقعات پایان نمی‌یافت . این‌بارخواهرش شیفتهٔ جوانی‌بی‌پول شده بود وازگالیله می‌خواست که‌جهیزیه‌ای برایش‌فراهم‌کند . گالیله ثلث مبلغ موردتقاضا را فرستاد ووعده دادکه دوثلث‌دیگررا بعداً بپردازد . امابلافاصله پس‌ازازدواج، شوهرخواهرش بقیهٔ این مبلغ را مطالبه نمود . به‌این‌ترتیب باز قرضی برقرضها ومسئولیتی برمسئولیتهای اواضافه‌گشت وبازهم تقاضای افراد خانواده ادامه داشت .

علی‌رغم این‌مسئولیتها وناراحتیها، گالیله ازرفتن‌به‌مجالس ومحافل تفریح وشب‌نشینی ورقص خودداری نمی‌کرد . به ویژه در بعض مجامع خصوصی‌که برای اجرای برنامه های موسیقی تشکیل می‌یافت شرکت می‌کرد . هم به آهنگهایی‌که دیگران می‌نواختند گوش فرامی‌دادوهم‌خود، که‌نوازندهٔ‌عودبود، آهنگهایی اجرا می‌کرد . اشعار و تصانیفی می‌خواند ونمایشهای جدی و فکاهی اجرامی‌نمود . حتی خود چند نمایشنامهٔ فکاهی نوشت ودر اجرای بعضی ازآنها شرکت جست . این نمایشنامه‌ها ، جامع، باظرافت‌کم وکنایه‌آمیزبودند .

اینها فعالیتهای سطحی زندگی گالیله بود . او فکر وهم خود را وقف ادارهٔ‌کارهای علمی‌کرده بود . درقصری واقع در نزدیکی پل «**سانتاسوفیا**» باشگاهی به نام «**آکادمی پناهندگان**» تأسیس‌کرد تااشخاصی‌که ازنقاط مختلف ایتالیا فرارکرده به **ونیز** آمده بودند بتوانند درآنجا به‌کسب علم مشغول شوند وآزادانه به بیان عقاید خویش بپردازند . دراین باشگاه بودکه برای نخستین بار نتایج بسیاری از مشاهدات و تجربیات‌خودرا افشا کرد. وی‌اعضاءباشگاه راازاسرارمغناطیسی زمین آگاه ساخت وبه‌آنها ماشینی راکه برای‌آبیاری زمینهای زراعتی طرح ریخته بود ، همچنین طرز اندازه‌گیری درجهٔ حرارت هوا رابامیزان‌الحراره‌ای‌که اختراع‌کرده بود، نشان داد. وبالاخره باارائه‌کردن دوربینی‌که اختراع کرده‌بود مورد تحسین عموم قرارگرفت .

البته سزاواراینکه مخترع اصلی دوربین نامیده شودنبود وخود نیزچنین اعادیی‌نکرده‌است . دریکی از مسافرتهای خود

به ونیز اطلاع پیدا کرد که عینك سازی هلندی به نام **«هانس لیپرهی»** تصادفاً کشف عجیبی کرده است. به این ترتیب که در حین اشتغال به کار روزانه متوجه می‌شود که با کنار هم گذاشتن یك عدسی مقعر ویك عدسی محدب اشیاء دور به نظر نزدیك می‌آیند. این کشف تصادفی مورد علاقه گالیله قرار گرفت و با دقت عمیق موضوع رامطالعه کرد. باآزمایش عدسیهای متفاوت باانحناهای مختلف، ودسته‌بندی آنها به گروههایی چندوانجام محاسبات ریاضی دقیق، نتایج دید انحناهای مختلف را بیان کرد.

بالاخره در ۲۱ اوت ۱۶۰۹ برای نمایش دوربینی که طبق اصول علمی برای نخستین باردرتاریخ ساخته شده بود حاضر گشت وباگروهی ازدوستان ومشوقان خود به بالای **«کامپانیل»** درشهر ونیز رفت. به‌همهٔ حاضران اجازه داد که تك‌تك ازآن دوربین سحرآمیز استفاده کنند. به‌این ترتیب، کشتیها وقایقهایی راکه دوساعت بعدممکن بود باچشم دیده شوند با دوربین دیدند. آمد وشد مردم در دهها بندر و چریدن گله گاوها در تپه های بسیار دور ودخول وخروج عبادت کنندگان ازکلیساهای شهرها ودهات بادوربین دیده شد وسپس به‌هنگام شب به‌آسمان خیره شدند تا ستارگان بسیار دور را درفاصلهٔ نزدیك ببینند.

گالیله ازسفارشهایی که‌برای استفاده از دوربینش می‌رسید سخت ناراحت بود، تااینکه بدون عوض آن را به دوك و نیز هدیه کرد ودوك‌هم برای‌اینکه از سخاوت بی بهره نباشد، گالیله را برای تمام عمر به‌استادی دانشگاه پادوا انتخاب نمود وحقوق سالانهٔ اورا به مبلغی معادل چهارصد هزار ریال افزایش داد.

گالیله به حد شهرت و خوشبختی رسید ولی بااین‌همه ناراضی بود. دریکی‌از نامه‌هایش نوشته‌است: **مرغ خوشبختی دارای بالهای قوی است‌ولی مرغ امید بالهایی‌ضعیف دارد.**

وی از بدو ورود به پادوا دائم به این امید بود که با سرفرازی وفتح به پیزا، شهری که اورا ازآن با سرشکستگی از استادی محروم کرده بودند، بازگردد. برای نیل به این هدف پیوسته از **کاسیمو دومدیسی**، دوك بزرگ فلورانس، که شهر پیزا هم جزئی ازآن بود، درخواست می‌کرد که‌او را به‌عنوان‌ریاضیدان دربارش استخدام کند. اما بااینکه گالیله یکی ازکتابهای خود را به نام **«طرز کار قطب‌نما»** به دوك بزرگ تقدیم کرد. وی درمقابل درخواست گالیله بی اعتنایی نشان داد. بنابراین گالیله به استادی ابدی‌درپادواتن درداد.

اما بعد این دوك مرد وپسرش **«کاسیموی دوم»** که قبلا شاگرد گالیله بود به تخت نشست. وی منصبی راکه این دانشمند مشهور، متأسفانه، طالب‌آن بود به وی‌اعطا کرد. گالیله قرارداد خودرا بادانشگاه پادوا لغوکرد وبا اشتیاق راه دربار کاسیموی دوم، یاراه سرنوشت غم‌انگیز زندگی خود را پیش گرفت.

۵

علت این‌سرنوشت غم‌انگیز، که‌درعین حال شهرت‌جاودانی برای وی‌کسب کرد، انتشارکتابی به نام **«پیام ستارگان»** بود. گالیله این کتاب را در محیط آزاد پادوا نوشته بود و اکنون برای انتشارآن با محیط خفقان آوردستگاه تفتیش‌عقاید فلورانس مواجه شده بود.

وی در بارهٔ علت انتشار این کتاب به یکی از دوستانش چنین می‌نویسد: «من‌این‌کتاب رابه این منظور منتشرمی‌سازم که تمام‌فلاسفه‌وریاضیدانان رابامشاهداتی که‌خود به‌وسیلهٔ‌دوربین روی اجرام سماوی نموده‌ام و بینهایت مرا متعجب ساخته است آشنا سازم.... شکر خدای را به‌جا می آورم که مرا نخستین بینندهٔ چیزهای شگفت انگیزی قرارداد که در قرنهای گذشته مکتوم مانده بود. من مطمئن شده‌ام که ماه جرمی مانند زمین است... هزارها ستاره ثابت دیده‌ام که قبلا دیده نشده بودند. علاوه براین ازماهیت کهکشان اطلاع پیدا کرده‌ام. اما عجیبتر از همه اکتشاف چهار ستارهٔ جدید است که به دور خورشید می گردند.»

اوقطعامی‌خواسته‌است که درنامه‌اضافه کند که«من‌دریافته‌ام که زمین نیز به دور خورشید می چرخد» اماموفق نشد که در کتاب یا درنامه‌ای این موضوع را بنویسد وفقط مطلب را شفاهاً به بعضی از دوستان روشن فکرخود گفت. اومی‌دانست که نتیجهٔ انتشار این‌مطلب آن است که‌به‌اطاق تفتیش عقایداحضار شود. وی سرنوشت **«جوردانوبرانو»** را به‌یاد می‌آورد که درسال ۱۶۱۰ به خاطر انتشار عقاید علمی‌درآتش سوزانده‌شد. گالیله احساس می‌کرد که برای خود ودنیای علم بهترآن‌است که بدون دخالت محکمهٔ تفتیش عقاید به زندگی خویش و انجام مطالعات ادامه دهد. وی‌نیزمانندآنچه ازاحادیث‌مسلمانان برمی آیدعقیده‌داشت که ارزش **مرکب دانشمندان وخون شهیدان از نظر خداوند همسنگ‌است.**

اما برخلاف انتظار، سرنوشت گالیله‌این‌بود که هم‌دانشمند باشد وهم شهید. چه درتمام قلمرو فلورانس دستگاه تفتیش‌عقاید باقدرت نامحدود حکومت می‌کرد ودرشکار عقاید مخالف‌بود. سرمفتش دستگاه، **کاردینال‌بلارمین**، به این‌حقیقت پی‌برد که گالیله درحالی‌که درمقابل سؤال حرکت زمین به دورخورشید خودرا به جهالت می‌زند، طرفدار کپرنیك است. بنابراین به گالیله اخطارشد که درتاریخ ۲۶ مارس۱۶۱۶ درمحکمهٔ تفتیش عقاید حاضر شود.

وقتی که گالیله در آن محکمهٔ مقدس حاضر شد ، کاردینال بلارمین اورا نصیحت کرد که ازعقاید مفسده انگیزخویش دربارهٔ چنین مطالبی فکر نکند ، درس ندهد ، وکتباً یاشفاهاً از این زمین وخورشیدوستارگان دست بردارد . اومحکوم شدبه اینکه دربارهٔعقاید دفاع ننماید . درصورت عدم رعایت مجازاتی برای وی تعیین می‌شد .

گالیله درحالی که مرك را درمقابل خود می دید ، این سند را امضاءکرد ووعده داد که مطابق مفاد آن رفتار نماید . کاردینال درحالی که لبخند پیروزی برلب داشت وی را آزاد نمود وخوشحال بود که بایك فرمان محکم، سیارات راازحرکت به دور خورشید بازداشته است .

اما گالیله دلسرد وخجل به فلورانس بازگشت . برای مدتی آزمایشهای خویش را مخفیانه‌درآزمایشگاه انجام می‌داد وجرئت افشای اکتشافات خودرا نداشت . اما مانند دانه‌ای روییدنی که درزمین کاشته می‌شود، نبوغ هم‌برای تجلی به‌وجود آمده است لذا گالیله نمی‌توانست که افکار خودرا زمان درازی پنهان نگاه دارد . بازکتابی دیگر دربارهٔ نجوم منتشر کرد و دوباره درمقابل عقایدخشك کشیشان متعصب قرار گرفت. برای بار دوم وی را به محکمهٔ تفتیش عقاید فراخواندند . دراین بارجرم او بیشتر بود. زیرا به تکرار جرم یعنی ارتکاب مجدد به‌جرمی، پس‌ازمجازات برای ارتکاب اول، متهم شده بود . و مجازات تکرار جرم هم مرك بود .

وقتی که گالیله اخطاردوم محمکهٔ تفتیش عقاید رادریافت نمود مریض بود . پزشکان گواهی نمودند که گالیله دربستراست ودر صورت خروج ازبستر ممکن است بـه جای رم به دنیای دیگربرود . اما اعضاء محکمه موافقت نکردند ودستوردادند که تحت شرایطی گالیله را بازداشت وزنجیر شده به رم بفرستند.

اودرژانویهٔ۱۶۳۳دریخبندان زمستان به رم رفت. هنگامی که بدانجا رسید به مرك بیشتر نزدیك بود تا به زندگی . وقتی که خودرا درمقابل قضات معرفی می‌کرد ، جسماً وروحاً قادر به دفاع از خود نبود .

محاکمه او شش ماه طول کشید در دورهٔ محاکمه نه تنها ازطرف روشنفکران، بلکه ازطرف بسیاری ازمدرسان کاتولیك واعضاء کلیسا حمایت می‌شد. زیرا محکمه محبوبیت وقدرت‌خود را ازدست داده بود .

امامحکمه روش‌خودرا ادامه می‌داد. درژوئن ۱۶۳۳ وی‌را مجبور کردند که ازعقیدهٔ خودراجع به‌حرکت زمین‌دست بردارد. وی‌درمقابل‌محکمه سوگندی به‌این‌شرح‌یاد کرد. «درمقابل‌انجیل مقدس که بادست آن‌رالمس می کنم سوگند می خورم که عقاید فاسدپیشین خودرا کناربگذارم . من‌اقرار می کنم که اشتباه من به علت جاه طلبی وجهالت بوده است . من‌اکنون اعلام می کنم وقسم می‌خورم که زمین به دور خورشید حرکت نمی کند .»

اما گفته می‌شود که گالیله درحالی که خسته وکوفته وبه کمك یکی ازدوستانش ازپشت‌میز دور می‌شد آهسته زمزمه کرد: ولی زمین حرکت می کند .

۶

سپس کاردینال محکمه چنین نوشت «به نام مقدس عیسی مسیح ومادر گرامیش مریم ، ماتصویب می کنیم که کتابهای گالیله به موجب این فرمان عمومی تحریم گردد ونویسندهٔ آن به‌حبس رسمی ازطرف این محکمه به‌مدتی که به میل ما تعیین می‌شود محکوم گردد .

گالیله می گفت «به رغم‌همهٔ اینها من به دیانت‌مسیح‌باقی خواهم ماند.»

گالیله اگرچه دستوراکید دریافت کرده بود که ازتعقیب مطالب علمی خودداری نماید، بااین حال در زندان بزرگترین کتاب خودرا به‌نام «قوانین حرکت» که‌خلاصه‌ای ازاصول‌اساسی مکانیك بودنوشت‌ومخفیانه برای انتشار درهلند به خارج‌فرستاد.

گالیله هرگز نسخه‌ای چاپ شده ازاین‌کتاب‌راندید ، چه درزندان کور شد .ولی ازاینکه دربستر مرك یك‌نسخه‌ازآن رادردست داشت محظوظ بود. ودرحالی که دنیارادرژانویه ۱۶۴۲ وداع می کرد گفت که «من‌این‌اثررا ازسایر آثارخود ارجمندتر می‌دانم ، زیرا این کتاب ماحصل یك‌عمر رنج وزحمت‌است.

اختراعات گالیله و کتابهایی که او نوشته به شرح‌زیر است :

اختراعات : قطب نما ـ میزان‌الحراره ـ تکمیل تلسکوپ.

کتابها : پیام‌ستارگان ـ موجودات دستگاه شمسی ـ ماهیت ستارگان دنباله دار ـ قوانین حرکت ـ گفتگویی در بارهٔ علم جدید ـ دستگاههای بزرك جهان ـ طرز کارقطب‌نما.

***

دنبالهٔ مسائل... ازصفحهٔ ۵۷

۵۰ سانتیمتر وبفاصله ۱۰۰ سانتیمتری عدسی اول قرار میدهیم محل تصویر حاصل از دستگاه وطول آنرا حساب کنید و مسیر نور را رسم نمائید .

۲۰۱۸ـ مخلوطی از کربنات سدیم ونمك طعام بوزن ۲٫۲۳ گرم را با محلول اسیدکلریدریك ۰٫۸ نرمال ترکیب میکنیم حجم گاز حاصل درشرایط متعارفی ۲۲۴ سانتی متر مکعب است. حساب کنید

۱ـ وزن هریك از دو نمك را درمخلوط

۲ـ حجم اسید مصرف شده را

۳ـ اگرنمك باقیمانده درظرف با ۲۰۰ سانتیمتر مکعب محلول نیترات نقره ترکیب گردد وزن رسوب تولید شده و همچنین فاکتور وغلظت نیترات نقره چقدر میباشد

۲۰۱۹ـ ۲ گرم سولفورروی ناخالص را در ۱۰۰ سانتی مترمکعب محلول اسید سولفوریك نیم نرمال حل میکنیم پس از ختم آزمایش ملاحظه می‌شودکه جهت خنثی کردن زیادی اسید ۱۲٫۵ سانتیمتر محلول سود ۰٫۸. مولکول گرم درلیترلازم‌است حساب کنید درجه خلوص سولفور روی را

۲۰۲۰ـ حساب کنید توسط ۱۰۰ سانتیمتر مکعب محلول اسیدکلریدریك بوزن مخصوص ۱٫۱۸ ودرجه خلوص ۳۰ درصد چند سانتی مترمکعب محلول نرمال میتوان درست نمود

باوجود اینکه ۸ صفحه برصفحات این شماره ازمجله افزوده شده است ، چاپ مسائل امتحانات ثلث اول کلاسهای ششم، درآن میسر نشد، درشمارهٔ بعد آنهارا به نظرشما خواهیم رساند.

روش تدریس حساب وهندسه

در دبستان (۲جلد)

تألیف

جهانگیرشمس آوری دکترغلامحسین‌شکوهی

بهای ۲ جلد ۸۰ ریال

از انتشارات : ایران ـ مك گروهیل

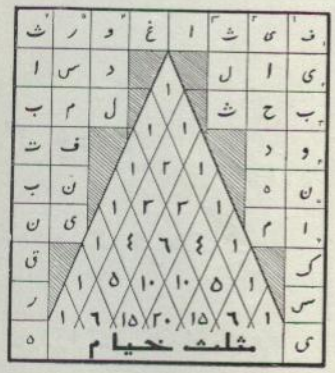
خیابان تخت جمشید ـ پلاك ۲۸۲

کتابفروشی هاشمی

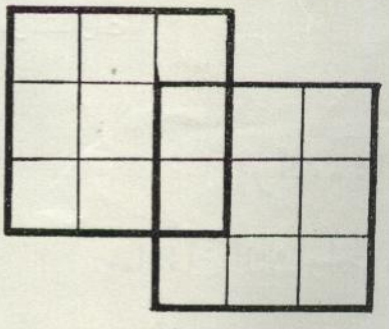
شیراز

مرکز پخش و انتشار مطبوعات مفید و ارزندهٔ ایران در فارس

حل جدول و مسائل صفحهٔ سرگرمی شماره ۱۰



حل جدول کلمات



حل مسئلهٔ ترسیمی

بازی با لوبیا

۶	۹	۶
۹		۹
۶	۹	۶

۷	۷	۷
۷		۷
۷	۷	۷

۸	۵	۸
۵		۵
۸	۵	۸

۹	۳	۹
۳		۳
۹	۳	۹

۱۰	۱	۱۰
۱		۱
۱۰	۱	۱۰

بر گنجینهٔ معلومات ریاضی خود بیفزایید.

چطورممکن است که چیزی را از وسط به دو قسمت کنیم وباز یکپارچه باقی بماند ؟

آیا تا کنون به کاغذی که فقط یك رو داشته باشد برخورده‌اید ؟

آن چه بطری است که تمام دنیا درآن جا می گیرد؟

پاسخ این پرسشها وده‌ها مطلب جالبتر وآموزنده‌تر دیگر را در کتاب

توپولژی

هندسهٔ صفحهٔ لاستیکی

ترجمهٔ جلیل‌الله قراگوزلو

خواهید یافت . دراین کتاب شما باهندسه‌ای آشنا می‌شوید که اندازه در آن مطرح نیست .

نخستین کتاب از سلسله کتابهای :

آنچه تا کنون می‌دانستیم این بود که کل هرچیز از جزءآن بزرگتراست. این‌طور نیست؟

اما باید بدانید که همیشه این چنین نیست . گاهی جزء یك چیز با کل آن مساوی‌است.

برای آنکه به این راز وبا زبان ریاضیات جدیدآشنا شوید کتاب

مجموعه‌ها

و

جبر ، هندسه ، منطق

ترجمهٔ ایرج ادیبی

رابخوانید. دراین کتاب شما خواهیدآموخت که چگونه می‌توان همهٔ رشته‌های ریاضیات را وحدت داد .

دومتن کتاب ازسلسله کتابهای :

« کاوش در ریاضیات نوین »

از انتشارات

ایران ـ مك گروهیل

سازمان انتشارات و خدمات فرهنگی

خیابان تخت جمشید ـ چهارراه روزولت ـ شماره ۲۸۲

تلفن : ۷۵۶۸۶۳