

Epreuve de Rattrapage: Probabilités et Statistiques (Durée : 1h)

**Exercice 1** (6.5pts)

1) Soit  $E$  un ensemble contenant  $n$  éléments différents et  $p$  un entier naturel tels que  $1 \leq p < n$ . Montrer que :

a.  $C_{n-1}^{p-1} + C_{n-1}^p = C_n^p$

b.  $C_n^{n-p} = C_n^p$

c. En déduire que pour tous entiers naturels  $n$  et  $p$  de  $E$ , tels que  $2 \leq p < n-1$ , on a :

$$C_{n-2}^{p-2} + 2C_{n-2}^{p-1} + C_{n-2}^p = C_n^p$$

2) Pour tous entiers naturels  $n$  et  $p$  de  $E$ , tels que  $2 \leq p < n-1$ . On dispose d'une urne contenant  $n$  boules. Deux des boules sont noires, les autres sont blanches. On tire simultanément  $p$  boules de l'urne. On appelle  $A$  l'évènement « au moins une boule noire soit tirée ». Exprimer en fonction de  $n$  et  $p$  la probabilité de l'évènement  $\bar{A}$ , puis déduire la probabilité de  $A$ .

**Exercice 2** (6.5pts)

Soient  $A, B$  deux événements de  $F$ , tels que :  $P(A) = \frac{3}{8}$ ,  $P(B) = \frac{1}{2}$ ,  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ . Calculer :

a.  $P(A \cup B)$  ;  $P(\bar{A})$  ;  $P(\bar{B})$  ;  $P(\bar{A} \cup \bar{B})$  ;  $P(\bar{A} \cap \bar{B})$  ;  $P(A \cap \bar{B})$  ;  $P(\bar{A} \cap B)$  ;  $P(A|B)$  ;  $P(B|A)$  ;  $P(\bar{A}|B)$

b.  $A, B$  sont-ils incompatibles ? Justifier

c.  $A, B$  sont-ils indépendants ? Justifier

**Exercice 3** (7pts)

1) Une urne  $A$  contient 2 boules blanches et 4 boules noires. Une urne  $B$  contient 1 boule blanche et 5 boules noires. On lance un dé bien équilibré une fois, si le résultat est 1 ou 2, on tire au hasard une boule de l'urne  $A$ , si non on tire au hasard une boule de l'urne  $B$ .

a. Soit  $C$  l'évènement «la boule tirée est blanche ». Calculer  $P(C)$ .

b. Si la boule tirée est blanche, la probabilité qu'elle provienne de  $A$  est-elle supérieure ou égale à la probabilité qu'elle provienne de  $B$

2) On lance deux fois un dé pipé tel que  $P(3) = P(4) = \frac{1}{4}$  et  $P(1) = P(2) = P(6) = \frac{1}{8}$ . Quelle est la probabilité que la somme des deux faces obtenues soit supérieure ou égale à 10 sachant que :

a. L'évènement  $A$  : l'un des deux résultats est 6.

b. L'évènement  $B$  : le premier résultat est 6.

« Bon courage »